UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

CENTRE DE RECHERCHE SUR LES TRANSPORTS

CASE POSTALE 6128, SUCCURSALE A, MONTRÉAL, QUÉBEC, H3C 3J7

LE TRANSPORT SCOLAIRE:
LES HORAIRES D'ECOLES
ET LES CIRCUITS D'AUTOBUS

par
Jacques Desrosiers

Université de Montréal
Centre de recherches sur les transports - Publication #140
Mai 1979

TABLE DES MATIERES

Table des matières..... I

Table des illustrations.....IV

Sommaire.....VII

Introduction..... 1

CHAPITRE I- Aspects du transport scolaire..... 5

1.1 Taille et données de base du transport scolaire..... 5

1.2 Contraintes du transport scolaire..... 7

1.3 Modules du transport scolaire..... 9

1.3.1 Localisation.....10

1.3.2 Affectation des écoliers aux arrêts.....12

1.3.3 Génération des parcours d'autobus.....16

1.3.4 Horaires d'écoles et circuits d'autobus.....26

CHAPITRE II- Détermination des horaires d'écoles.....35

2.1 Hypothèses préliminaires.....36

2.2 Réduction des cadres horaires.....38

2.3 Traitement pour une école.....40

2.4 Traitement pour plusieurs écoles.....50

2.5 Horaire journalier.....58

2.6 Groupes d'écoles.....61

2.7 Résolution des problèmes 0-1.....62

CHAPITRE III- Confection des circuits d'autobus scolaires.66

3.1 Heures de départ fixes: théorème de Dilworth.....66

3.2 Heures de départ flexibles: heuristiques.....71

3.2.1 Problèmes de transport inter-périodes.....75

3.2.2 Prédécesseurs-successeurs.....81

CHAPITRE IV- Résultats numériques.....88

4.1 Description des données.....88

4.2 Horaires d'écoles.....92

4.3 Circuits d'autobus.....107

4.4 Stratégies.....124

4.5 Analyse de sensibilité.....125

4.5.1 Horaires fixes.....125

4.5.2 Variations des cadres horaires.....127

4.5.3 Groupes d'écoles.....129

4.5.4 Modification du réseau.....132

CHAPITRE V- Détermination des horaires d'écoles
liée à la géographie du territoire.....135

5.1 Calcul des disponibilités.....136

5.2 L'estimateur ESTDISPO(H).....143

5.3 Test de changement d'horaires.....151

5.4 Résultats numériques.....154

CHAPITRE VI- Points de transfert.....160

6.1 Ecoles artificielles.....161

6.2 Flexibilité des horaires d'écoles.....163

6.3 Flexibilité des parcours.....164

Conclusion.....166

Remerciements.....168

APPENDICES

Appendice 1: Algorithme de détermination
des horaires d'écoles.....170

Appendice 2: Algorithme FF.....172

Appendice 3: Algorithme de confection des circuits
d'autobus (soir).....176

Appendice 4: Algorithme ROULE-DISPO.....177

Bibliographie.....181

TABLE DES ILLUSTRATIONS

FIGURES

1.1 Illustration de la méthode de Clarke et Wright.....20-21

1.2 Le SWEEP de Gillet et Miller.....22

1.3 L'heuristique de Newton et Thomas.....22

1.4 Le CONVEX HULL.....23-24

2.1 Positions d'un parcours dans le temps.....41

2.2 Illustration d'un problème PARCOURS(INITIALISATION)...43

2.3 Contraintes d'un problème PARCOURS(INITIALISATION)....47

2.4 Réduction du nombre de variables dans un problème PARCOURS(INITIALISATION).....49

2.5 Illustration d'un problème ECOLES.....53

2.6 Illustration d'un problème PARCOURS.....56

2.7 Positions d'un parcours dans le temps (horaire journalier).....60

3.1 Graphe des relations inter-parcours (exemple).....84

5.1.1 Disponibilité de l'école 4(8h.30) vers l'école 5(8h.50).....139

5.1.2 Disponibilité de l'école 4(15h.00) vers l'école 5(15h.10).....140

5.2 Graphe des relations inter-écoles (toutes voisines)..146

TABLEAUX

2.1 Nombre de positions d'un parcours en fonction
de sa durée.....61

4.1 Description des écoles (après réduction
des cadres horaires).....90

4.2 Description des parcours.....91

4.3 Distances Parcours-Ecoles (en minutes).....93

4.4.1 Problème ECOLES pour les écoles 1,2,3,4,5,6.....99

4.4.2 Problème PARCOURS pour les écoles 1,2,3,4,5,6..100-102

4.4.3 Problème ECOLES pour les écoles 1,2,3,4,5,6.....103

4.4.4 Problème PARCOURS pour les écoles 1,2,3,4,5,6..104-105

4.4.5 Problème ECOLES pour les écoles 1,2,3,4,5,6.....106

4.5 Position des parcours dans le temps
(avant la confection des circuits).....108

4.6.1 Graphe des Successeurs.....113

4.6.2 Confection détaillée des circuits du matin.....114-118

4.6.3 Circuits d'autobus du matin.....119-120

4.7.1 Graphe des Prédécesseurs.....121

4.7.2 Circuits d'autobus de l'après-midi.....122-123

4.8 Confection des circuits, période par période.....112

4.9 Confection des circuits avec horaires fixes.....126

4.10 Variation des cadres horaires
(écoles toutes voisines).....128

4.11 Horaires d'écoles pour les groupes [1,2],3,[4,5],6..130

4.12 Variation des cadres horaires sur des groupes.....131

4.13 Variation des cadres horaires sur le RESEAU2.....134

5.1 Tableaux des disponibilités (AM/PM).....141-142

5.2 Calcul de l'estimateur ESTDISPO
(écoles toutes voisines).....150

5.3 Variation des cadres horaires
(écoles toutes voisines).....155

5.4 Meilleure solution.....156

5.5 Variation des cadres horaires sur le RESEAU2.....157

SOMMAIRE

Nous avons conçu un modèle mathématique et informatique pour évaluer l'influence des heures d'ouverture et de fermeture des écoles sur le nombre total d'autobus utilisés pour transporter les écoliers.

Nous définissons un circuit d'autobus comme une suite de parcours dans le temps, tandis qu'un parcours desservant une école est le chemin que doit suivre un autobus pour franchir la distance entre le premier lieu embarcadère et le dernier lieu débarcadère (l'école). Notre recherche porte sur l'organisation du transport scolaire une fois que les parcours sont déjà construits. Nous voulons déterminer les heures d'ouverture et de fermeture de chaque école de manière à minimiser le nombre d'autobus nécessaires pour effectuer tous les parcours et déterminer le circuit de chaque autobus qui minimise la distance totale parcourue.

La flexibilité dans le temps s'étend non seulement aux parcours (entre 10 et 30 minutes avant le début et après la fin des cours), mais aussi à l'heure de début des cours de chaque école (entre 8h.00 et 9h.10), à la durée de la période du dîner (entre 50 et 100 minutes) et à la période du transport pour chaque école (à partir de 6h.30 pour se terminer au plus tard à 17h.00).

Nous divisons le temps en périodes d'égale durée (10 minutes) et nous exprimons la longueur de chaque parcours comme un multiple entier arrondi de la longueur d'une période.

La détermination des bons horaires consiste en une suite de problèmes PARCOURS où nous choisissons la position de chaque parcours pour un ensemble d'horaires fixes et de problèmes ECOLES où nous choisissons les horaires d'écoles étant donné les positions des parcours connues. Nous avons produit deux algorithmes de détermination des horaires d'écoles.

Le premier est basé sur le nombre de parcours devant s'effectuer simultanément. Le second construit pour chaque ensemble d'horaires fixes, un graphe de relations inter-écoles indiquant la disponibilité des écoles en fonction du nombre de parcours. Les deux algorithmes nous conduisent à choisir de bons ensembles d'horaires d'écoles qui sont évalués par la confection des circuits.

Les horaires d'écoles et la position temporelle des parcours étant fixés, nous utilisons pour la confection des circuits un nouvel algorithme basé sur la décomposition d'un graphe suivant le théorème de Dilworth.

Le modèle est suffisament souple pour inclure les groupes d'écoles (ensemble d'écoles qui exigent le même horaire) et les points de transfert à heure fixe, problème jamais encore traité dans la littérature.

INTRODUCTION

Le transport des écoliers est une opération nécessaire dans le système d'éducation actuel. L'augmentation de la population transportée, ainsi qu'une scolarisation prolongée, ont eu pour conséquences d'appesantir le fardeau financier rattaché à ce transport et d'en rendre plus complexe l'organisation.

Puisque la composante principale des coûts est le nombre d'autobus utilisés, nous avons conçu un modèle de transport scolaire capable d'évaluer l'influence des décalages horaires entre les écoles sur le nombre d'autobus requis pour effectuer le transport des écoliers.

Dès à présent, il est bon de différencier les termes "génération de parcours" et "confection de circuits". Un circuit est une suite de parcours dans le temps alors qu'un parcours est un chemin permettant à un véhicule d'une certaine capacité de transporter les élèves vers une école ou un point de transfert et vice versa, et ce sans situation temporelle.

Le transport scolaire a fait l'objet d'études par plusieurs chercheurs américains. Mais ces travaux ne reflètent aucunement l'amplitude du transport scolaire dans

le contexte québécois (une régionale peut comporter plus de 50 écoles et plus de 10,000 écoliers à transporter). Ils attachent donc une importance très secondaire à la détermination optimale des heures d'ouverture et de fermeture des écoles pour se concentrer sur l'optimisation des circuits. Or c'est précisément en modifiant les horaires que l'on peut accroître de manière importante la réutilisation des autobus et par conséquent en réduire le nombre.

Notre recherche porte sur l'organisation du transport scolaire une fois que les parcours sont déjà construits. Nous voulons déterminer les heures d'ouverture et de fermeture de chaque école de manière à minimiser le nombre d'autobus nécessaires pour effectuer tous les parcours et déterminer le circuit de chaque autobus qui minimise la distance totale parcourue.

Le premier chapitre traite des divers aspects du transport scolaire, tout en faisant une revue de la littérature. Un premier algorithme de détermination des horaires d'écoles, basé sur le nombre de parcours se recoupant dans le temps, constitue l'essentiel du chapitre II. Les horaires d'écoles et la position temporelle des parcours étant fixés, le chapitre suivant élabore un nouvel algorithme de confection des circuits inspiré de la

décomposition d'un graphe suivant le théorème de Dilworth. Cet algorithme réduit au tiers le nombre de problèmes de transport à résoudre dans la procédure classique. Le chapitre IV présente les résultats numériques.

Prenant en considération la géographie du territoire, nous avons ensuite produit un second algorithme de détermination des horaires d'écoles (chapitre V) par l'introduction du concept de disponibilité entre les écoles. A certains points de vue, cet algorithme ressemble à celui de la confection des circuits. Finalement, le modèle proposé est suffisamment souple pour permettre la généralisation aux groupes d'écoles qui exigent le même horaire et pour aborder toujours réel des points de transfert (chapitre VI), problème jamais encore traité dans la littérature.

Cette recherche se place dans le cadre d'une étude à long terme sur le transport scolaire réalisée au département d'Informatique et de Recherche opérationnelle de l'Université de Montréal (le projet TRANSCOL) qui couvre:

1.- le choix des arrêts et l'affectation des écoliers à ces derniers (Dulac(1978))

2.- la génération des parcours sur les arrêts en milieu urbain (Forgues(1978))

3.- la génération des parcours sur les arrêts et les segments en milieu rural (Tawagui(1979))

4.- la détermination des horaires d'écoles et la confection des circuits d'autobus (la présente thèse).

I

ASPECTS DU TRANSPORT SCOLAIRE

La présente thèse analyse le transport écolier dans le contexe québécois. Le problème actuel consiste à déterminer les horaires d'écoles et les circuits d'autobus en minimisant les sommes provenant de la location des autobus qui assureront le transport des étudiants le matin et le soir, et de manière à rencontrer certaines normes minimales de qualité de service. Le problème du transport écolier apparaît colossal sur les plans du modèle mathématique et de la recherche opérationnelle et possède plusieurs caractéristiques propres au milieu québécois.

1.1 Taille et données de base du transport scolaire

Le problème se pose a priori à l'échelle d'un sous-ensemble d'une commission scolaire régionale (organisme responsable selon la loi de l'élaboration du transport écolier). Les sous-ensembles seront définis de telle sorte que les mouvements d'écoliers entre eux soient négligeables et de telle sorte que la taille du problème respecte la capacité de l'ordinateur. Un sous-ensemble pourra avoir au plus cinquante à soixante écoles, dix à vingt mille

étudiants ayant droit au transport et il sera desservi par environ cent à quatre cents véhicules. On se rend compte rapidement que le nombre de combinaisons d'arrêts pour former les parcours, le nombre de combinaisons de parcours et d'horaires pour construire les circuits d'autobus sont des nombres astronomiques.

Les données de base du transport scolaire, qui nous intéressent, sont:

1. Le réseau géographique, où sont localisés les écoliers à transporter, les écoles et les points de transfert (lieux prédéterminés par le service du transport où un écolier peut changer d'autobus). Le réseau est formé d'un ensemble de noeuds et de segments, où les noeuds sont considérés comme des arrêts potentiels (minis-arrêts). Le réseau permet de connaître les voies utilisables par les autobus (réseau scolaire) et d'évaluer des distances et des temps séparant divers points.

2. Les écoliers, avec leur localisation (adresse civique), leur type (école fréquentée), leur catégorie (pré-maternelle, maternelle, élémentaire cycle I, élémentaire cycle II, secondaire, classes spéciales) et leur milieu (rural, urbain).

3. Les écoles, avec leur localisation (adresse civique), les cadres horaires de début et de fin de cours ainsi que celui de la durée de la période du dîner, et la durée totale des périodes de cours le matin et l'après-midi. Un horaire pour une école est une combinaison d'un temps de début de cours le matin et d'un temps de durée de la période du dîner. Les horaires possibles pour une école sont déterminés par la commission scolaire dont l'école relève.

4. Les points de transfert, avec leur localisation prédéterminée par le service du transport.

5. Les différents types d'autobus, avec leurs coûts fixes et variables, et leur limite de capacité par catégorie d'écoliers.

1.2 Contraintes du transport scolaire

La loi oblige que tous les écoliers demeurant à plus d'un mille de l'école soient transportés le matin à temps pour le début des cours et soient reconduits chez eux le soir après la fin des cours. Le transport du midi (facultatif selon les commissions scolaires) n'affectant qu'une partie des écoliers ayant droit au transport le matin et le soir n'est pas inclus directement dans le problème; on suppose que les

autobus assurant le transport le matin et le soir suffiront toujours à la tâche du midi. Dans ce cas, le service du transport détermine la durée minimale de la période du dîner.

Les contraintes que l'on désire respecter sont les suivantes:

1. Le réseau routier et ses particularités (limites de vitesse, évitement de certaines voies, ...).

2. Le cadre horaire global du transport des écoliers (l'heure de départ au plus tôt le matin, et l'heure d'arrivée au plus tard en fin d'après-midi).

3. Le temps maximum d'attente et de transport d'un écolier. Le modèle ne permettra pas d'affecter des pondérations différentes pour le temps passé par l'étudiant à l'école le matin (et le soir) avant le début (après la fin) des cours, pour le temps de voyage et pour le temps d'attente aux points de transfert; toutefois, le modèle permettra de spécifier ce temps maximum de service pour un étudiant en fonction de la distance entre son domicile et l'école qu'il fréquente (chapitre 2, section 5).

4. La distance maximum de marche d'un écolier.

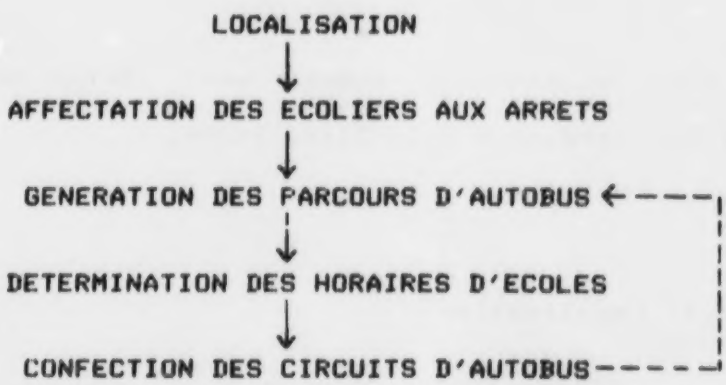
5. La capacité des autobus par catégorie d'écoliers.

6. Le nombre maximum d'écoliers tolérés en même temps à un même arrêt.

7. Les combinaisons indésirables entre les catégories et les types d'écoliers.

1.3 Modules du transport scolaire

Pour en réduire la complexité, nous avons morcelé l'organisation du transport scolaire en cinq modules de dimension plus restreinte:



Cette décomposition adopte le mode de résolution manuelle des résisseurs de transport, où le module de détermination des horaires d'écoles n'est cependant qu'un ensemble

d'horaires fixés par les autorités de la commission scolaire.

Le Service Informatique du Ministère de l'Education du Québec (SIMEQ) avait pour tâche de concevoir le module de localisation, tandis que les modules suivant ont été étudiés dans le cadre du projet TRANSCOL à l'Université de Montréal:

1.- le choix des arrêts et l'affectation des écoliers à ces derniers (Dulac(1978))
2.- la génération des parcours sur les arrêts en milieu urbain (Forgues(1978))
3.- la génération des parcours sur les arrêts et les segments en milieu rural (Tawagui(1979))
4.- la détermination des horaires d'écoles et la confection des circuits d'autobus (la présente thèse).

Nous examinerons sommairement chacun de ces modules en faisant référence à la littérature.

1.3.1. Localisation

Ce module fournit les données de base de tout le système. La commission scolaire régionale doit donc maintenir des fichiers de renseignements qui sont utiles à la compilation

et l'analyse des données pour l'élaboration du transport des écoliers. Outre le fichier Réseau des noeuds (intersections, repères) et des segments (sections de rues), elle doit procéder à une analyse de la population étudiante selon les critères d'admissibilité (rayon du mille, bassin de drainage du transport en commun) et elle doit maintenir un fichier contenant la liste de la clientèle à transporter (fichier Ecoliers). Ce dernier fichier localise chaque écolier sur un segment du réseau et le segment devient ainsi l'élément de base pour l'analyse de la distribution (densité) de la clientèle à transporter. Le fichier Ecoles et celui des Points de transfert constituent les deux autres parties essentielles du module de localisation.

Il est à noter que la conception et la réalisation d'un tel module représente un tour de force. Ainsi par exemple, pour la création du fichier Réseau (digitalisation, codification, validation, revalidation,...) de la cité de Drummondville au Québec (environ 3,000 noeuds et 3,000 segments), il aura fallu près de six mois. La vérification du réseau s'est effectuée en très grande partie visuellement, en reproduisant par informatique les cartes géographiques de la région.

La meilleure documentation sur ce module de localisation demeure les analyses du Ministère de l'Education du Québec

par Jacques (1976) et les travaux du C.R.A.R. (Centre de Recherche en Aménagement Régional) de l'Université de Sherbrooke.

1.3.2 Affectation des écoliers aux arrêts

Le problème du transport des écoliers est généralement subdivisé en un certain nombre de sous-problèmes afin de mieux tenir compte des besoins particuliers de certaines catégories d'écoliers (ex: maternelle, secondaire urbain, secondaire rural, handicapés, etc). Chaque sous-ensemble ainsi formé a donc un caractère plus homogène quant aux caractéristiques des écoliers et aux contraintes à respecter pour la confection des parcours (le temps de parcours, l'heure d'embarquement au plus tôt,...). Lors de la génération des parcours, chacun de ces sous-ensembles est lui-même subdivisé afin d'être traité sur la base d'une école (ou d'un groupe d'écoles); chaque sous-problème ainsi formé est indépendant des autres sous-problèmes jusqu'au moment du choix des horaires d'écoles et de l'agencement des parcours d'autobus.

Le problème se pose donc selon cette approche sur un groupe particulier d'écoliers, tel que choisi et défini par l'administration du transport scolaire. Ce groupe d'écoliers

constitue un sous-ensemble de la population étudiante élisible au transport, pour laquelle on connaît la distribution sur les segments du réseau de transport. La méthodologie utilisée pour résoudre le problème d'affectation en milieu urbain s'inspire du concept des minis-arrêts de Bodin et Berman (1976) suivant lequel l'affectation se fait en deux temps. Dans un premier temps, chaque écolier est affecté à un mini-arrêt. Un étudiant sur un segment est affecté soit au noeud initial ou soit au noeud terminal du segment. Les étudiants qui fréquentent la même école, pour un segment donné, sont tous affectés au même noeud (mini-arrêt). On essaie de réduire le nombre total de minis-arrêts requis en affectant l'étudiant au noeud extrême de son segment qui possède le maximum d'étudiants déjà affectés dans le processus. On obtient donc une nouvelle distribution de la clientèle étudiante, cette fois sur les noeuds du réseau plutôt que sur les segments. Dans un deuxième temps, étant donné un ensemble d'arrêts choisis (sous-ensemble de minis-arrêts), chaque étudiant est affecté à l'arrêt le plus rapproché de son mini-arrêt, en autant qu'il n'y a pas de contraintes de capacité sur l'arrêt en question. Dans ce dernier cas, la solution est celle d'un problème de transport où la disponibilité est celle des minis-arrêts, la demande satisfait aux contraintes de capacité des arrêts et la distance représente les coûts. La solution du problème nous donne donc la position des

étudiants qui doivent être ramassés par les autobus sur les arrêts (noeuds).

Il faut souligner que le concept des minis-arrêts ne s'applique qu'au milieu urbain puisque le domicile des écoliers tient lieu d'arrêt en milieu rural.

Le module proposé pour résoudre les problèmes d'affection se décompose principalement en six étapes successives:

Génération du réseau

Sélection des écoliers

Affectation aux minis-arrêts

Calcul des distances

Choix des arrêts

Affectation aux arrêts

Parmi ces étapes, le problème du choix des arrêts n'est pas simple et peut se situer à divers niveaux de complexité, dépendant des hypothèses que l'on pose et des objectifs poursuivis (nombre optimum d'arrêts, proximité des arrêts entre eux, distance de marche d'un écolier,...). Si le service du transport dispose de la liste des arrêts, il n'y a pas de problème à résoudre. Sinon, il est indéniable qu'il faut faire un compromis entre minimiser le nombre d'arrêts pour accélérer la génération des parcours et minimiser la

distance totale de marche des écoliers pour augmenter la qualité du service de transport.

La première méthode consiste à choisir l'ensemble minimal d'arrêts sous la contrainte que la distance individuelle de marche des écoliers n'excède pas une limite supérieure spécifiée par le service du transport. La seconde méthode consiste à choisir un ensemble d'arrêts qui minimise la distance totale de marche des écoliers sous la contrainte d'une limite supérieure sur le nombre d'arrêts.

Dulac(1978) adopte la première stratégie puisqu'il est plus facile de construire les parcours lorsque le nombre d'arrêts est réduit au minimum.

Etant donné un ensemble d'arrêts potentiels déterminés par le service du transport ainsi qu'une limite supérieure sur la distance de marche pour un écolier, il est possible de formuler le problème du choix des arrêts comme un problème de recouvrement. Dulac(1978) propose plutôt une méthode heuristique basée sur la densité d'écoliers autour des arrêts potentiels.

La technique choisit comme premier arrêt celui qui possède le plus grand nombre d'écoliers satisfaisant aux contraintes de marche. Ces écoliers sont alors affectés à

cet arrêt, et le processus continue pour les autres écoliers. Il prend fin lorsque tous les écoliers ont été affectés aux arrêts.

Les résultats de cet algorithme comparés à la solution arrondie du problème de recouvrement par programmation linéaire montre que le nombre d'arrêts est inférieur à 10% de la solution optimale. De plus, les parcours obtenus à partir des résultats de l'heuristique ou du problème de recouvrement sont d'égale qualité en ce qui concerne la distance (Dulac, Ferland, Forgues (1978)).

Si le service du transport est insatisfait de cet ensemble d'arrêts, l'heuristique est aussi applicable à partir d'un sous-ensemble d'arrêts et d'un ensemble d'arrêts potentiels. Dans ce cas, les écoliers satisfaisant aux contraintes de marche des arrêts sont affectés à ceux-ci et l'heuristique est appliquée aux autres écoliers.

1.3.3 Génération des parcours d'autobus

Lorsqu'on entreprend la génération des parcours d'autobus sur un réseau de transport scolaire, on se rend compte qu'il s'agit en milieu urbain d'un problème sur les noeuds (visiter un ensemble d'arrêts) et non d'un problème sur les

segments comme ceux du nettoyage des rues ou du ramassage des ordures ménagères. Pour obtenir des parcours réalisables en un temps raisonnable, il faut se tourner immédiatement vers les meilleures heuristiques (ou méthodes approximatives). Le but de cette thèse n'est pas de décrire en détail les divers algorithmes heuristiques de génération de parcours et leurs dernières extensions; qu'il nous suffise d'en citer quelques-uns accompagnés des références appropriées.

En tête de liste vient l'heuristique de Clarke et Wright (1964) et ses extensions, largement utilisées dans les produits commerciaux comme VSPX de IBM (1968) (Véhicule Scheduling Program Extented) ou CABS (Computer Assisted Bus Scheduling) de Educational Coordinates (Angel et al. (1972)). Diverses analyses et expérimentations se retrouvent dans Beltrami et Bodin (1974), Bennet et Gazis (1972), Gaskel (1967), Golden (1977), Golden, Magnanti et Nguyen (1977). L'algorithme de base consiste à créer autant de parcours qu'il y a d'arrêts; on réduit par la suite le nombre de parcours en reliant deux arrêts i et J choisis pour leur plus grande économie:

$$s(i,J) = d(i,E) + d(E,J) - d(i,J).$$

L'école est représentée par "E" et "d" est une mesure de distance ou de temps. La fusion s'effectue si la capacité et

le temps (distance) le permet. A la figure 1.1, adaptée de Beltrami et Bodin (1974), nous illustrons la procédure de Clarke et Wright sur un problème simple. Chacun des arrêts doit être visité, la disponibilité de chaque arrêt est de 10 élèves et la capacité du véhicule est de 30 élèves; il n'y a pas de contrainte de temps. Les parcours engendrés par la procédure de Clarke et Wright sont construits étape par étape. Les économies sont calculées en joignant les arrêts i et j ensemble. Elles ne sont calculées que sur les noeuds adjacents (le réseau n'est pas nécessairement complet). La génération des parcours par cette approche n'exclut pas la possibilité d'amélioration de la solution (diminuer la distance totale parcourue) en altérant l'ordre de visite des arrêts: Lin (1965), Lin et Kernisham (1973), Newton et Thomas (1974).

Le "Sweep" de Gillet et Miller (1974) ordonne et joint les arrêts en sous-ensembles, qui respectent la capacité des autobus, à partir de leurs coordonnées polaires (figure 1.2). On engendre ensuite un parcours sur chaque sous-ensemble. Il est même possible d'échanger entre les ensembles certains arrêts des frontières réduire la distance totale des parcours: Forgues (1978), Gillet (1977), Golden, Magnanti et Nguyen (1977).

L'heuristique de Newton et Thomas (1969) réutilisée par

Beltrami et Bodin (1976) consiste à engendrer un super parcours avec un seul véhicule qui doit visiter tous les arrêts. Ce grand parcours est ensuite découpé (figure 1.3) en parcours réalisables qui respectent les contraintes de durée et de capacité. Une procédure d'amélioration inter-routes est ensuite appliquée à cette solution: Forgues (1978).

La dernière procédure illustrée (figure 1.4), le "CONVEX HULL" ou "INSERTION" (Golden, Bodin, Doyle et Stewart (1977)) se présente comme suit:

1. Créer un cycle initial en reliant l'école au sommet le plus éloigné.
2. Pour chacun des sommets hors-cycle k, trouver le segment (i,J) appartenant au cycle, tel que

   $$d(i,k) + d(k,J) - d(i,J)$$

   est minimum. Conserver ce triplet (k,i,J).
3. Pour chacun des triplets (k,i,J),calculer

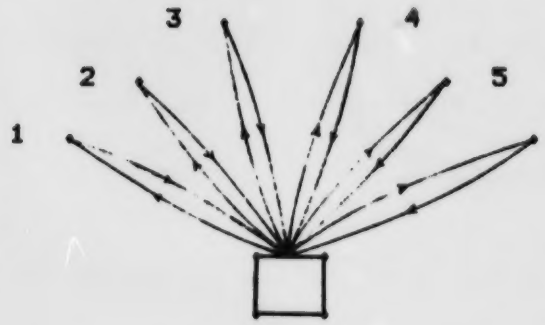
   $$[d(i,k) + d(k,J)] / d(i,J)$$

   et déterminer (k*,i*,J*), le triplet dont l'expression est minimum.
4. Insérer k* entre i* et J* dans le cycle, et retourner à l'étape 2 si l'on n'a pas épuisé tous les sommets.

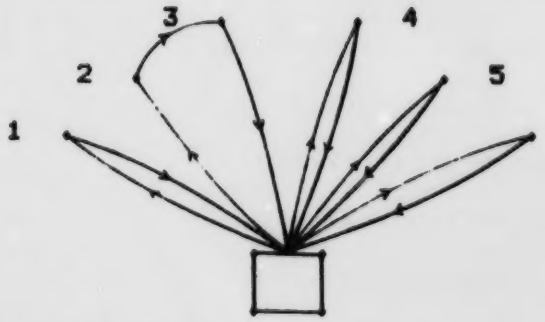
Le triplet (k*,i*,J*) choisi à la troisième étape est

Figure 1.1: Illustration de la méthode de Clarke et Wright

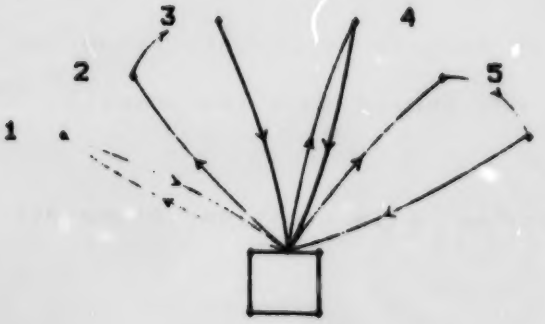
Economies: s(2,3)=14, s(5,6)=13, s(3,5)=12.5,
s(1,2)=12, s(2,5)=11.5, s(6,4)=11



Ensemble original des parcours

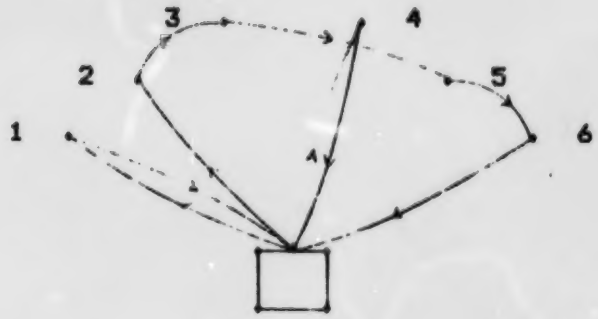


Le groupement des arrêts 2 et 3 est réalisable

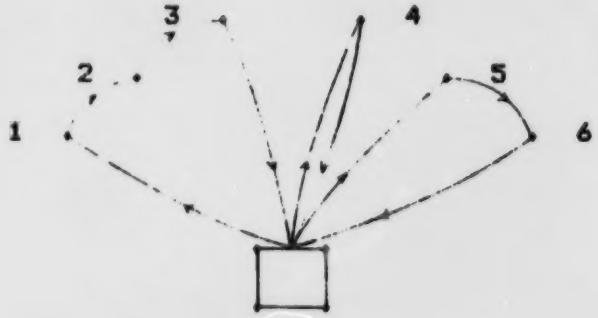


Le groupement des arrêts 5 et 6 est réalisable

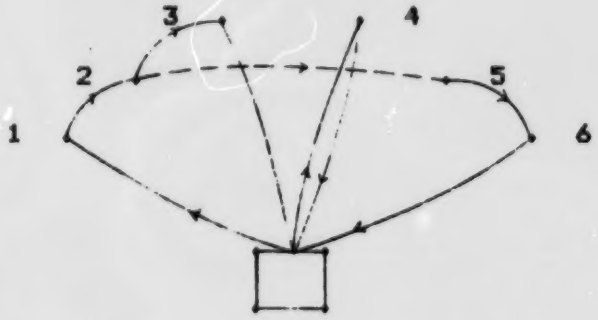
Figure 1.1: Méthode de Clarke et Wright (suite)



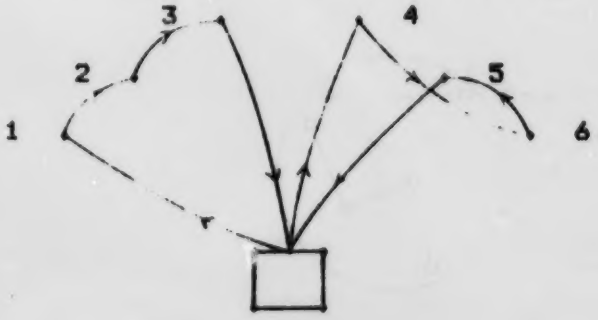
Le groupement des arrêts 3 et 5 n' est pas réalisable puisqu'il engendre un parcours qui excède la capacité



Le groupement des arrêts 1 et 2 est réalisable



Le groupement des arrêts 2 et 5 n' est pas réalisable



Ensemble final après groupement des arrêts 6 et 4

Figure 1.2: Le SWEEP de Gillet et Miller

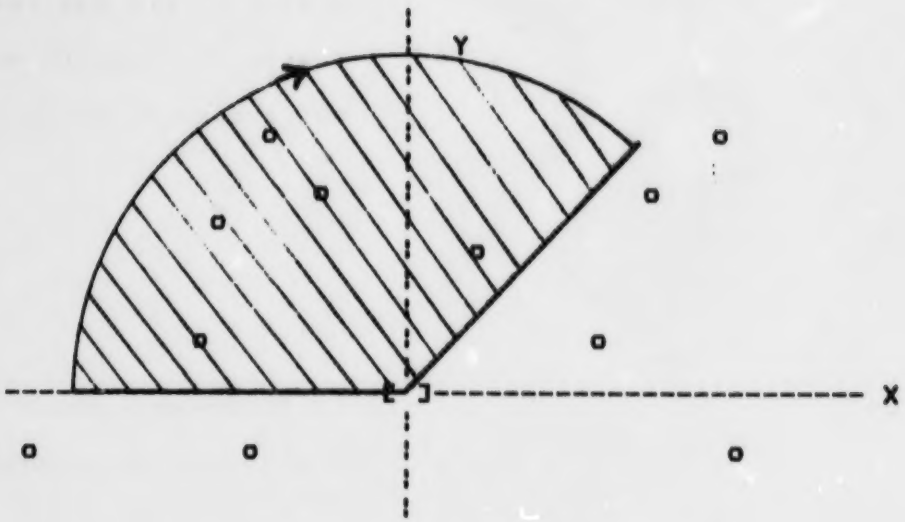


Figure 1.3: L'heuristique de Newton et Thomas

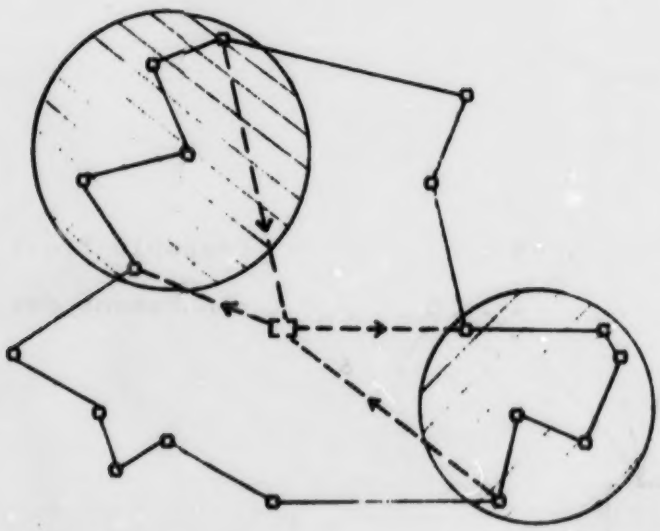


Figure 1.4: Le CONVEX HULL

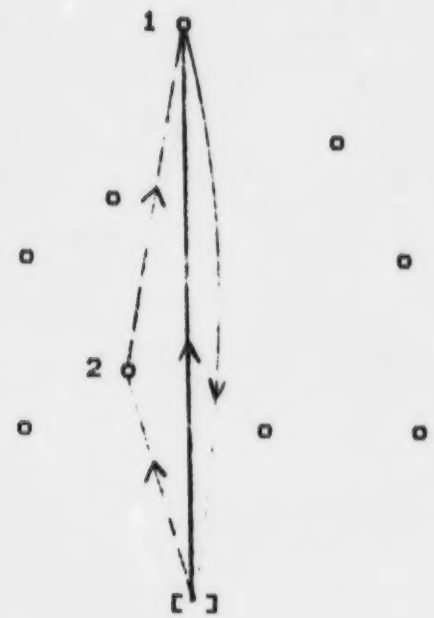
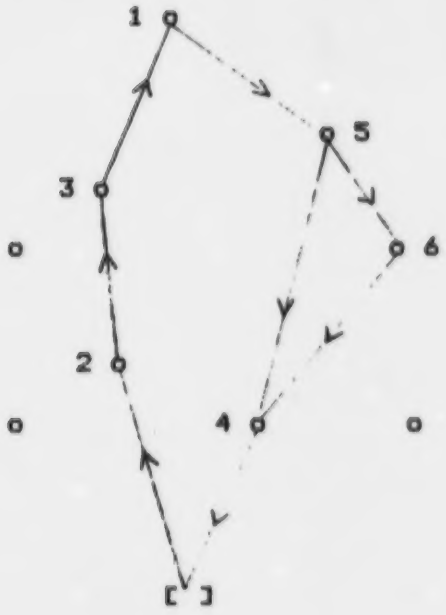
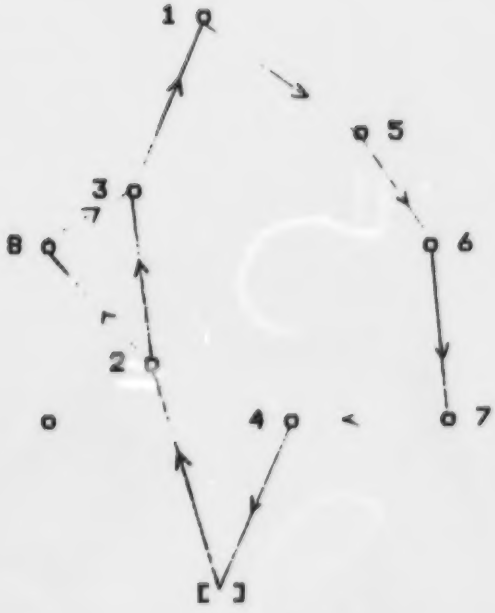


Figure 1.4: Le CONVEX HULL (suite)





celui qui déforme le moins le cycle, celui qui permet de conserver le maximum de convexité.

Le mémoire de Forgues (1978) constitue une référence intéressante sur l'implantation actuelle des algorithmes de génération de parcours à l'Université de Montréal, dans le cadre du projet TRANSCOL sur le transport scolaire. De plus, Dulac, Ferland et Forgues (1978) propose de résoudre chaque problème par des extensions des méthodes de Clarke et Wright, d'Insertion et de Newton et Thomas et de conserver la meilleure solution.

Malgré notre brièveté, il faut toutefois se rendre compte que parmi les cinq modules du transport scolaire, c'est de loin celui de la génération des parcours d'autobus où la littérature abonde le plus; en effet, par le biais des divers problèmes de génération de parcours tel les problèmes du commis-voyageur, du postier chinois, du graphe Hamiltonien, du graphe Eulérien, les problèmes de livraison de courrier, de nettoyage de rue, de ramassage d'ordures,... il ne fait pas de doute que nous sommes loin d'être des pionniers. Mentionnons finalement la thèse d'Orloff (1972) sur le transport scolaire où il élabore des méthodes exactes de génération des parcours dont l'une, très intéressante, évolue à la fois sur les noeuds et les segments. En milieu rural, par exemple, les autobus se doivent de parcourir

complètement les rangs pour y ramasser les écoliers (consulter aussi Forgues (1978) et Tawagui (1979)).

Pour les besoins spécifiques du module de détermination des horaires d'écoles (et aussi détermination des heures de transfert aux lieux appropriés), le module de génération des parcours produira trois types de parcours:

réseau vers point de transfert
point de transfert vers école ou groupe d'écoles
réseau vers école ou groupe d'écoles

Le type d'un parcours est déterminé par son origine, sa destination et le fait qu'il y ait des écoliers qui nécessitent un transfert d'autobus. On suppose a priori que les écoliers n'auront au maximum qu'un seul point de transfert. Une école qui est un point de transfert peut posséder à la fois des parcours du type réseau vers point de transfert et des parcours du type réseau vers école. Il faut aussi noter que les parcours sont inversés à la sortie de l'école, à la fin de l'après-midi.

1.3.4. Horaires d'écoles et circuits d'autobus

C'est le coeur de notre ouvrage. A ce point-ci, les

parcours sont déjà construits; ils sont déterminés par une suite d'arrêts que l'autobus doit atteindre, et où il y a un nombre d'écoliers de chaque type à ramasser et/ou déposer. Si l'aspect économique n'intervenait pas, il suffirait d'affecter un autobus à chaque parcours; or l'aspect financier ayant une importance relativement grande (142 millions au Québec pour l'année scolaire 1975-1976 (Coté et Dallaire (1976)), environ 175 millions pour l'année 1976-1977), il faut concevoir une organisation rationnelle et intelligente du transport scolaire basée fondamentalement sur la réutilisation des autobus.

Parce que diverses écoles peuvent débuter et terminer à des heures différentes à l'intérieur d'une même commission scolaire régionale, on veut en tirer profit pour agencer les parcours de manière à réduire le nombre d'autobus.

Formulé mathématiquement de la manière la plus simple (problème de recouvrement des parcours par les autobus), ce problème de confection des circuits (suite de parcours dans le temps) requiert un nombre impressionnant de variables, de l'ordre du million et même du milliard. La méthode généralement utilisée consiste à fixer (par tous les moyens possibles!) les parcours à l'intérieur de périodes de temps disjointes; on chaîne ensuite les parcours pour former des circuits réalisables en les jumelant d'une période à l'autre

à l'aide d'un problème de transport (Bodin (1976)).

Par contre, le problème devient extrêmement complexe lorsqu'on permet la flexibilité dans la position temporelle des parcours, c'est-à-dire lorsqu'on permet une certaine indétermination sur l'heure d'arrivée (et de départ) des parcours; Orloff (1976) présente une technique heuristique destinée à résoudre le problème d'agencement lorsque la flexibilité est relativement faible (au plus la durée moyenne des parcours). On ne connaît de cette méthode que la description; aucun résultat numérique des essais nous a été communiqué, mais nous savons qu'elle a déjà été utilisée.

Levin (1971) en transport aérien, Proll (1972) et Salzborn (1972) en transport urbain sur rails ont aussi construit des modèles en programmation linéaire 0-1 pour réduire respectivement le nombre d'avions et de trains.

Nous nous proposons de résoudre un problème encore plus complexe: la flexibilité s'étend non seulement aux parcours, mais aussi aux heures d'ouverture et de fermeture des écoles.

> Le décalage des heures d'ouverture et de fermeture des écoles est la clef qui va permettre de rentabiliser l'opération des véhicules, sans toutefois brimer l'accessibilité à l'éducation. En faisant une analyse des horaires possibles des écoles, il faut tenir compte des différences

> d'horaires entre les niveaux scolaires et exploiter autant que possible la période du midi afin de conserver à la sortie au moins le même décalage qu'à la rentrée. (Laplante (1973))

Ce texte provient d'un précis de planification qui élabore les principes d'organisation et d'agencement des parcours; paru dans le "Guide du transport scolaire," ce document (O.R.T.4) porte sur la méthodologie de la planification et sur les différents éléments à analyser afin de réaliser la mise en application d'un plan directeur de transport dans chacune des commissions scolaires régionales du Québec. D'une centaine de pages, il mérite une lecture très sérieuse. Il renferme une quantité surprenante d'indications précieuses sur l'organisation du transport écolier, même si les mathématiques et l'informatique n'y occupent qu'un espace très restreint.

Il n'existe d'ailleurs qu'un seul texte, à notre connaissance, qui traite mathématiquement du décalage des horaires d'écoles; il s'agit d'un document de travail produit à l'Université de Montréal: "Le problème des horaires d'écoles dans le transport scolaire: avant-projet" par Lafond, Ferland et Rousseau (1975). Le problème est présenté sous la forme d'un réseau espace-temps où circulent des écoliers, des autobus et des litières (véhicules fictifs transportant des écoliers dans le temps). Le tout donne lieu à une formulation en termes de programmation linéaire mixte

où on tente de déterminer à la fois les parcours, les horaires d'écoles et les circuits d'autobus. Il faut se rendre compte que les problèmes réels contiennent facilement 50 écoles, 300 arrêts, 300 parcours, 20 à 40 horaires différents par écoles et une flexibilité supplémentaire sur la position des parcours dans le temps. Provoquant une duplication excessive des données, le réseau espace-temps est énorme et c'est sûrement son principal défaut. Le modèle proposé n'a jamais été opérationnel. Il faut aussi mentionner Bodin et Berman (1976) qui s'attaquent au problème manuellement, en réduisant le nombre de parcours qui se recoupent dans le temps.

Le problème de l'agencement des parcours d'autobus scolaires où la flexibilité s'étend non seulement aux parcours, mais aussi aux heures d'ouverture et de fermeture des écoles appartient à une classe de problèmes où il n'existe pas d'algorithmes bornés polynomialement. La discussion d'Orloff (1976) à ce sujet nous incite à concentrer nos énergies vers le développement de bonnes heuristiques.

Il existe plusieurs publications traitant du transport scolaires ou de sujets connexes. Malheureusement, les modèles développés ont été bâtis pour répondre aux besoins des districts scolaires américains. Or ces districts

possèdent en moyenne six ou sept écoles, transportent de trois à cinq milles écoliers et possèdent leur propre flotte d'autobus. On voit donc que ces entités administratives ne s'attaquent pas à un problème de même taille que celui des régisseurs de transport québécois. Il ne semble donc y avoir aucune approche valable aux problèmes de taille (Jusqu'à 50 à 60 écoles) où non seulement on peut spécifier les circuits d'autobus, mais aussi les horaires d'écoles, et aborder le délicat problème des points de transfert.

Comme la décomposition proposée l'indique, il existe une relation très étroite entre la génération des parcours et la confection des circuits. Connaissant les résultats de la confection des circuits à partir d'un ensemble de parcours, quelles modifications devrait-on apporter aux durées des parcours pour réduire de nouveau le nombre d'autobus? Ce problème de durée des parcours peut aussi s'exprimer en termes d'utilisation maximale ou non de la capacité des véhicules. Il est aussi possible de changer l'ordre de visite des arrêts des parcours lorsque nous connaissons la suite des parcours affectés à un autobus dans le but de réduire la distance totale parcourue (Bodin et Berman (1976)).

Comme nous l'avons déjà mentionné, nous ne considérerons pas l'élaboration d'un modèle du transport scolaire dans sa

totalité; notre recherche porte sur l'organisation une fois que les parcours sont déjà construits. Nous voulons déterminer les heures d'ouverture et de fermeture de chaque école pour minimiser le nombre d'autobus nécessaires pour effectuer tous les parcours et déterminer le circuit de chaque autobus qui minimise la distance totale parcourue.

Les principaux éléments du problème sont les suivants:

1. Un réseau constitué des arrêts d'autobus utilisés (comprenant les points de transfert et les écoles) et sur les segments les reliant, des mesures de distance ou de temps par les chemins les plus courts. Le temps pourra être fonction de la distance, de la vitesse et du flux de la circulation.

2. Des autobus de capacité différente (on considère les autobus et les chauffeurs comme une seule entité).

3. Des parcours pour la rentrée du matin et pour la sortie du soir (d'où deux activités). Le transport du midi n'affectant qu'une partie des écoliers ayant droit au transport le matin et le soir, il n'est pas inclus dans le problème: on suppose que les autobus assurant le transport le matin et le soir suffiront toujours à la tâche du midi.

4. La description de chaque parcours: l'identificateur, le numéro de noeud, le type d'autobus pouvant effectuer le parcours, la suite ordonnée des arrêts (la longueur et la durée du parcours sont fournies implicitement par la description du réseau), et le type de parcours: réseau vers point de transfert, point de transfert vers école(s) ou réseau vers école(s).

5. Pour chaque école: l'identificateur, le cadre horaire du début des cours, la durée totale des cours du matin, la durée minimum et maximum du dîner, la durée totale des cours de l'après-midi, le cadre horaire du transport écolier le matin et le soir, ainsi que le voisinage. Celui-ci est défini comme l'ensemble des écoles physiquement accessibles par les autobus desservant l'école considérée, ou satisfaisant à certains critères d'organisation.

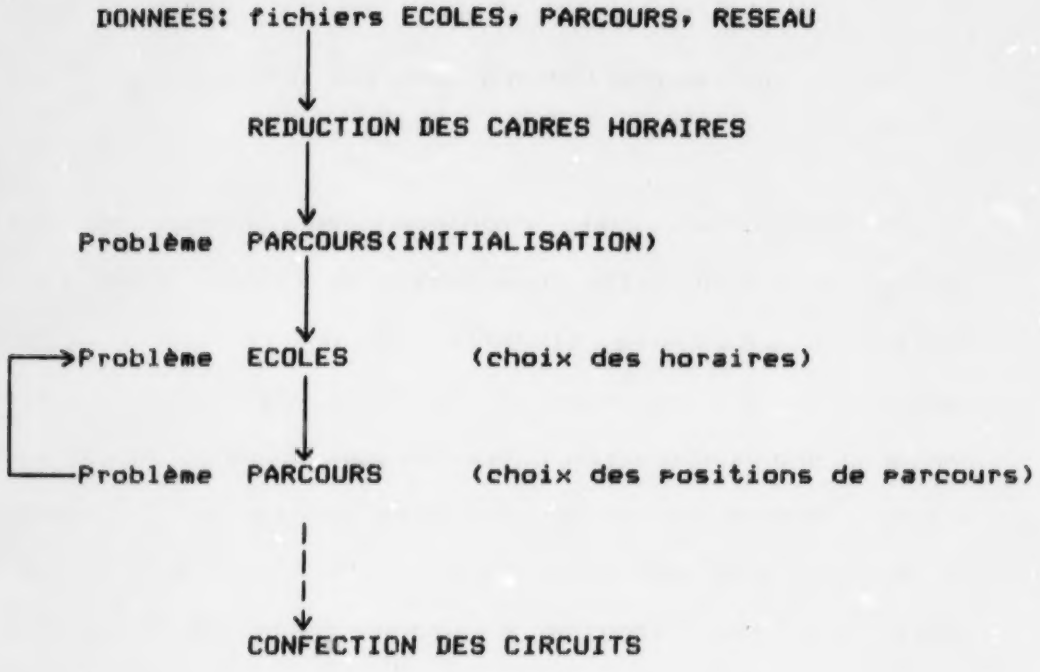
6. Certains critères facultatifs d'organisation peuvent être imposés tels: le même chauffeur transporte les mêmes écoliers le matin et le soir; les écoles d'un groupe (écoles très rapprochées) possèdent le même horaire; durant une activité (rentrée du matin ou sortie du soir), deux parcours desservant la même école ou le même groupe d'écoles ne sont jamais effectués par le même autobus , dans le but d'éviter la confusion provoquée par deux groupes d'écoliers utilisant le même autobus, mais dont l'un doit attendre; durant une

activité; chaque autobus ne transporte qu'une seule catégorie d'écoliers; l'organisation du transport du primaire peut être indépendante de l'organisation du transport du secondaire; une limite est imposée sur le temps d'attente des écoliers avant le début et après la fin des cours (par exemple, les autobus doivent parvenir au plus tard dix minutes et au plus tôt trente minutes avant le début des cours le matin).

II

DETERMINATION DES HORAIRES D'ECOLES

La définition du problème en termes de réseau espace-temps (une telle formulation se trouve dans Lafond, Ferland et Rousseau (1975)), où on cherche à la fois à construire les parcours et trouver les bons horaires, provoque une duplication excessive des données. Notre modèle scinde le problème en deux parties distinctes: le module de la détermination des horaires d'écoles et le module de la confection des circuits d'autobus (chapitre III). Dans ce deuxième chapitre, nous développons une procédure itérative qui commence avec le problème PARCOURS(INITIALISATION) et qui se poursuit en alternant entre les problèmes ECOLES et PARCOURS jusqu'à ce que la solution se stabilise. Le problème ECOLES détermine les heures d'ouverture et de fermeture des écoles, tandis que le problème PARCOURS fixe les parcours dans le temps, c'est-à-dire détermine les heures de départ et d'arrivée des autobus à leur origine et leur destination. De plus, une phase préliminaire de validation et de réduction des cadres horaires de transport, d'ouverture et de fermeture des écoles précèdent cet algorithme de détermination des horaires d'écoles.



2.1 Hypothèses préliminaires

Pour pouvoir traiter de la détermination de bons horaires, il nous faut définir une unité de temps dont toutes les périodes de temps impliquées dans le modèle devront être des multiples entiers. Le choix de l'unité de temps ou période est vraiment critique. En effet, plus elle sera petite et plus la dimension du problème résultant sera gigantesque; d'autre part, plus elle sera grande et plus on s'éloignera de la réalité.

Par exemple, si tout le processus du transport s'exécute

le matin en deux heures (de 7h.00 à 9h.00), la période peut être de 5, 10, 15 ou 20 minutes, dépendant de l'encombrement que peut supporter la formulation résultante. Notre modèle utilise la période de 10 minutes.

Au début de ce chapitre, nous restreignons la complexité du modèle pour mieux ancrer la méthodologie utilisée. Nous posons les hypothèses suivantes:

1. Les arrêts origine et destination des parcours constituent les noeuds du réseau et le temps en minutes (comme fonction de la distance par les chemins les plus courts) mesure la longueur des segments.

2. Tous les autobus sont de même capacité et peuvent effectuer un quelconque parcours.

3. Les parcours sont uniquement ceux de la rentrée du matin.

4. La description des parcours se limite à l'identificateur, le noeud origine, le noeud destination (une école) et la durée; on ne retrouve que des parcours du type "réseau vers une seule école".

5. Pour chaque école, on spécifie l'identificateur, le numéro de noeud, le cadre horaire du début des cours (compris entre 8h.00 et 9h.10), le cadre horaire du transport écolier le matin (compris entre 6h.40 et 9h.00) ainsi que le voisinage.

6. Pour limiter le temps d'attente des écoliers, une norme de qualité de service oblige chaque parcours à parvenir à son école au plus tôt trente minutes et au plus tard dix minutes avant le début des cours.

2.2 Réduction des cadres horaires

On divise premièrement le cadre horaire du transport des écoliers en périodes d'une durée de dix minutes et on définit la notation suivante:

T: ensemble des périodes de temps du transport global des écoliers, inclus dans {6h.40,6h.50,...,9h.00};

K: nombre total d'écoles;

k: numéro de l'école traitée, k=1,2,...,K;

H(k): ensemble des horaires possibles du début des cours pour l'école k inclus dans {8h.00, 8h.10,...,9h.10};

P(k): ensemble des parcours qui desservent l'école k;

DUREE(p): durée en minutes du parcours p incluant le chargement;

NBPER(p): durée en nombre de périodes du parcours p en complétant à l'entier supérieur le nombre de périodes de dix minutes.

La réduction consiste à restreindre le plus possible les cadres horaires du début des cours (HCOURS(k,TOT), HCOURS(k,TARD)) pour chaque école k (en éliminant ainsi les horaires impossibles) et de calculer le cadre horaire du transport global (HTRGBL(DEB), HTRGBL(FIN)) à partir des données suivantes:

1. Cadre horaire de transport de chaque école k
   (HTRP(k,DEB), HTRP(k,FIN))
2. Cadre horaire de début des cours de chaque école k
   (HCOURS(k,TOT), HCOURS(k,TARD))
3. Parcours le plus long de chaque école k
   $PLLONG(k) := \max_{p \in P(k)} NBPER(p)*10$
4. Contraintes d'arrivée au plus tôt (trente minutes) et au plus tard (dix minutes) des autobus aux écoles, avant le début des cours.

L'heure la plus tardive du début des cours restant inchangée, l'ajustement des cadres horaires se fait en trois étapes: premièrement, le transport global se termine dix minutes avant l'heure la plus tardive du début des cours:

$$HTRGBL(FIN) := \max_{k} HCOURS(k,TARD) - 10;$$

en second lieu, pour chaque école de l'ensemble K, si l'heure du début du transport est plus contraignante que l'heure du début des cours, alors on rajuste cette dernière,

sinon c'est l'inverse:

si HCOURS(k,TOT) < HTRP(k,DEB) + PLLONG(k) + 10
alors HCOURS(k,TOT):= HTRP(k,DEB) + PLLONG(k) + 10
sinon
HTRP(k,DEB):= max[HTRP(k,DEB), HCOURS(k,TOT)-PLLONG(k)-30];

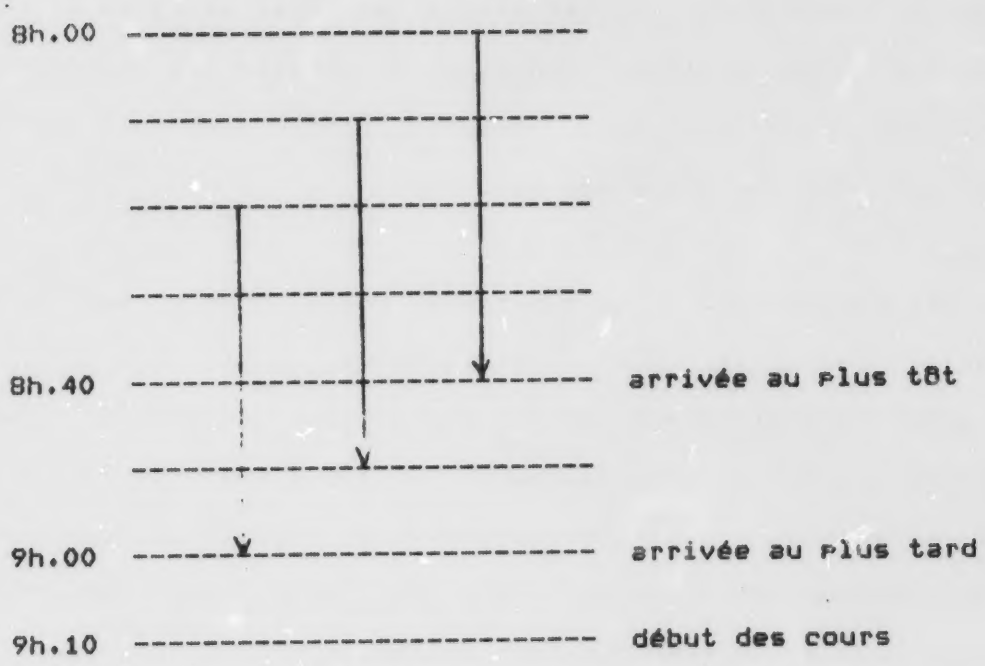
finalement, le transport global débute aussitôt que le transport d'une école l'exige:

$$HTRGBL(DEB) := \min_{k} HTRP(k,DEB).$$

2.3 Traitement pour une école

Pour limiter le temps d'attente des écoliers à leur arrivée à l'école, chaque parcours doit parvenir au plus tôt trois périodes (trente minutes) et au plus tard une période (dix minutes) avant le début des cours. Si on fixe l'heure du début des cours pour une école à 9h.10, il existe dans notre modèle au plus trois possibilités pour l'heure d'arrivée des parcours (il en existe au plus cinq si la durée d'une période est de cinq minutes). La figure 2.1 illustre ces possibilités pour un parcours d'une durée de quatre périodes.

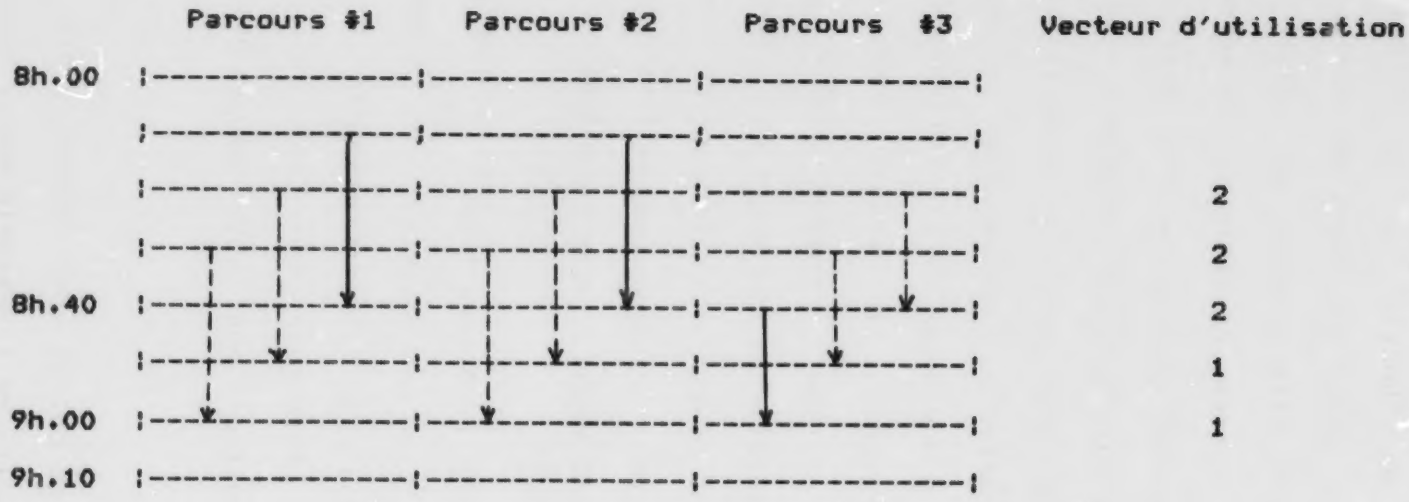
Figure 2.1: Positions d'un parcours dans le temps



Parmi les positions illustrées, il nous faut en choisir une seule. Pour chaque parcours, ce choix minimisera le nombre maximum d'autobus qui roulent simultanément. Dans la figure 2.2, il est possible mais non certain que deux autobus suffisent pour effectuer les trois parcours et une manière de le réaliser consiste à choisir la troisième position pour les deux premiers parcours et la première position pour le troisième parcours.

Tel que formulé jusqu'à présent, notre modèle est basé sur l'hypothèse que les autobus sont disponibles instantanément, c'est-à-dire que nous considérons comme nulles les durées inter-parcours. Si telle était la réalité, la philosophie du modèle (réduire au minimum le nombre de parcours qui se recoupent dans le temps) proposée nous conduirait à l'optimalité lors de la confection des circuits (forme appliquée du théorème de Dilworth discuté au chapitre suivant). En éliminant cette hypothèse, il est encore possible de n'utiliser que deux autobus dans l'exemple de la figure 2.2 si nous récupérons les minutes perdues sur la durée des parcours lors de l'arrondissement en nombres entiers de périodes. Par exemple, si la durée du parcours 2 est de 23 minutes et la durée du parcours 3 est de 12 minutes, l'asencement se réalise avec un inter-parcours inférieur ou égal à 15 minutes.

Figure 2.2: Illustration d'un problème PARCOURS(INITIALISATION)



Il est à noter qu'on peut calculer le nombre de positions d'un parcours en fonction de sa durée. Par exemple, l'attente avant le début des cours des écoliers qui voyagent longtemps devrait être brève; on réduit le nombre de positions dans le temps en diminuant la marge entre l'heure d'arrivée au plus tôt et l'heure d'arrivée au plus tard. Appliquant cette politique, les parcours d'une durée de une, deux ou trois périodes auront trois positions, les parcours d'une durée de quatre ou cinq périodes auront deux positions et les parcours d'une durée de six périodes et plus n'auront qu'une seule position. On réduit aussi le nombre de positions d'un parcours lorsque celui-ci se trouve coincé entre le cadre horaire de transport et l'heure d'ouverture de l'école. Par exemple, si l'heure du début du transport global est très contraignante pour une école, le parcours le plus long de cette école n'aura qu'une seule position.

Pour un horaire fixé appartenant à H(k), notre modèle précise la position des parcours dans le temps et le nombre minimum d'autobus requis pour transporter tous les étudiants de l'école k et effectuer tous les parcours vers cette école, en admettant que l'on puisse obtenir ces autobus instantanément.

On effectue ce calcul pour chaque école k=1,2,...,K et pour chaque horaire de l'ensemble H(k). Mathématiquement, le

problème PARCOURS(INITIALISATION), pour une école k et un horaire h dans H(k), s'énonce comme suit:

Minimiser Z

sujet à $$\sum_{J=1}^{J(p)} X(p,J)=1 \qquad p\in P(k)$$

$$\sum_{p\in P(k)} \sum_{J=1}^{J(p)} a(t,h,p,J)\, X(p,J) \leqslant Z \qquad t\in T$$

$$X(p,J)=0 \text{ ou } 1; \qquad p\in P(k);\ J=1,2,\ldots,J(p);$$

où T: périodes du transport inclus dans {6h.40,...,9h.00};

k: numéro de l'école;

h: horaire particulier dans H(k);

P(k): ensemble des parcours de l'école k;

p: numéro de parcours;

J(p): nombre de positions du parcours p;

J: numéro d'une position;

a(t,h,p,J)= 0 ou 1; constante qui d'écrit l'existence du parcours p dans la position J au temps t pour l'horaire h.

Les premières contraintes exisent qu'on ne choisisse qu'une seule position parmi les J(p). Les secondes cumulent

le nombre d'autobus nécessaires pour chaque période de temps t. On cherche à minimiser le nombre maximum (Z) de parcours à effectuer en même temps. La figure 2.3 illustre l'exemple précédent où P(k)={1, 2, 3} et le nombre de positions J(p) égale trois pour tous les parcours.

La solution optimale représente le nombre minimum d'autobus requis pour effectuer tous les parcours vers l'école k, pour un horaire donné h. De plus, on obtient le vecteur d'utilisation E(k,h) de dimension card(T) qui spécifie le nombre d'autobus nécessaires à chaque période t pour effectuer les parcours (figure 2.2):

$$E(t,k,h)= \sum_{p \in P(k)} \sum_{J=1}^{J(p)} a(t,h,p,J)\ X(p,J) \qquad t \in T$$

Finalement, pour un horaire fixé h de l'école k, le vecteur POS(k,h) de dimension NBPARC décrit la position des parcours dans le temps.

$$POS(p,k,h)= \sum_{J=1}^{J(p)} J\ X(p,J) \qquad p \in P(k)$$

Dans l'exemple de la figure 2.2, les parcours 1 et 2 s'effectueront en position 3 de 8h.20 à 8h.50 (trente minutes) et le parcours 3 s'effectuera en position 1 de 8h.40 à 9h.00 (soit dix minutes avant le début des cours).

Figure 2.3: Contraintes d'un problème PARCOURS(INITIALISATION)

Minimiser Z

sujet à

$$X(1,1) + X(2,1) + X(3,1) = 1$$

$$X(1,2) + X(2,2) + X(3,2) = 1$$

$$X(1,3) + X(2,3) + X(3,3) = 1$$

t= 8h.10				X(3,1)	+			X(3,2)	+			≤ Z
t= 8h.20			X(2,1)	+ X(3,1)	+		X(2,2)	+ X(3,2)	+		X(3,3)	≤ Z
t= 8h.30	X(1,1)	+ X(2,1)	+ X(3,1)	+ X(1,2)	+	X(2,2)	+ X(3,2)	+	X(2,3)	+ X(3,3)		< Z
t= 8h.40	X(1,1)	+ X(2,1)	+	X(1,2)	+	X(2,2)	+	X(1,3)	+ X(2,3)			≤ Z
t= 8h.50	X(1,1)	+		X(1,2)	+			X(1,3)				≤ Z

$$X(j,p) = 0 \text{ ou } 1; \quad j=1,2,3; \quad p=1,2,3.$$

Une formulation équivalente du problème consiste à grouper les parcours de même longueur; on diminue ainsi avantageusement le nombre de variables (figure 2.4). Si P(k,l) représente le nombre de parcours de longueur l=1,2,...,6 qui desservent l'école k, nous aurons alors la formulation mathématique suivante, pour l'horaire h dans H(k):

Minimiser Z

sujet à $$\sum_{j=1}^{J(l)} X(l,J) = P(k,l) \qquad l=1,2,...,6;$$

$$\sum_{l=1}^{6} \sum_{J=1}^{J(l)} a(t,h,l,J)\, X(l,J) \leqslant Z \qquad t \in T$$

X(l,J): entiers positifs; l=1,2,...,6; J=1,2,...,J(l).

Dans cette formulation, nous retrouvons une structure stable pour toutes les écoles puisque seul le vecteur des P(k,l) varie d'une école à l'autre. Nous poursuivrons cependant l'énoncé de la méthodologie à partir de la première formulation du problème PARCOURS(INITIALISATION), parce que celle-ci survient de nouveau lorsque nous traitons le problème concernant plusieurs écoles à la fois, problème qui n'a pas son équivalent sous la dernière

Figure 2.4: Réduction du nombre de variables dans un problème PARCOURS(INITIALISATION)

Minimiser Z

sujet à

$$X(1,2) + X(2,2) + X(3,2) = 1$$

$$X(1,3) + X(2,3) + X(3,3) = 2$$

t= 8h.10								X(3,3)	$\leq$ Z
t= 8h.20				X(3,2)	+		X(2,3)	+ X(3,3)	$\leq$ Z
t= 8h.30			X(2,2)	+ X(3,2)	+	X(1,3)	+ X(2,3)	+ X(3,3)	$\leq$ Z
t= 8h.40	X(1,2)	+	X(2,2)	+		X(1,3)	+ X(2,3)		$\leq$ Z
t= 8h.50	X(1,2)	+				X(1,3)			$\leq$ Z

$$X(1,j)= 0 \text{ ou } 1; \quad 1=2,3; \quad j=1,2,3.$$

formulation.

Nous sommes maintenant en mesure de considérer le problème des heures d'ouverture de plusieurs écoles.

2.4 Traitement pour plusieurs écoles

Pour chaque école prise séparement, pour chaque horaire fixé, nous avons obtenu une disposition des parcours dans le temps qui minimise le nombre maximum d'autobus requis à la période qui en nécessite le plus (cette période n'est pas nécessairement unique).

On se propose maintenant de préciser les heures d'ouverture individuelles des écoles pour minimiser le nombre maximum d'autobus requis pour effectuer tous les parcours vers toutes les écoles. Il s'agit simplement de situer les vecteurs d'utilisation E(k,h) les uns par rapport aux autres, de la même manière que l'on situait les parcours les uns par rapport aux autres.

Il y a card[H(k)] positions admissibles (horaires admissibles) dans le temps pour l'ensemble des parcours de l'école k et il nous faut en choisir une et une seule. Nous avons la même structure mathématique que précédemment, soit

le problème ECOLES:

Minimiser W

sujet à

$$\sum_{h \in H(k)} Y(k,h) = 1 \qquad k=1,2,\ldots,K;$$

$$\sum_{k=1}^{K} \sum_{h \in H(k)} E(t,k,h)\, Y(k,h) \leq W \qquad t \in T$$

$$Y(k,h)=0 \text{ ou } 1; \qquad k=1,2,\ldots,K;\ h \in H(k);$$

où T: périodes du transport inclus dans {6h.40,...,9h.00};

K: nombre total d'écoles;

k: numéro d'école;

H(k): ensemble des indices correspondant aux horaires possibles de début des cours pour l'école k inclus dans {8h.00,...,9h.10};

h: horaire particulier d'une école;

E(t,k,h): constantes entières positives décrivant les vecteurs d'utilisation des parcours selon l'horaire h de l'école k au temps t.

La solution optimale représente le nombre minimum d'autobus requis pour transporter tous les écoliers de toutes les écoles; les variables non-nulles Y(k,h)=1 nous

fournissent les horaires d'écoles qui permettent cet "optimum", étant donné les vecteurs d'utilisation E(k,h) en main (figure 2.5). On conserve les horaires choisis dans le vecteur horaire H* de dimension K:

$$H^*(k)=h \iff Y(k,h)=1.$$

A chaque période de temps, nous avons aussi le nombre d'autobus requis pour le transport des étudiants de toutes les écoles: c'est le vecteur d'utilisation total R, de dimension card(T):

$$R(t)= \sum_{k=1}^{K} \sum_{h \in H(k)} E(t,k,h)\ Y(k,h) \qquad t \in T$$

$$R = \sum_{k=1}^{K} E(k,H^*(k))$$

La figure 2.5 illustre un exemple avec trois écoles: K=3. Les neuf parcours sont répartis comme suit: P(1)={1, 2}, P(2)={3, 4, 5}, P(3)= {6, 7, 8, 9} et leur durée (en nombre entier de périodes) est respectivement (2, 2), (2, 3, 3) et (2, 3, 3, 4). Les ensembles H(1)={8h.30, 8h.40}, H(2)={8h.20, 8h.30, 8h.40} et H(3)={8h.20, 8h.30, 8h.40} constituent les horaires admissibles des écoles 1, 2 et 3. Le transport écolier s'effectue entre 7h.20 et 8h.40. Les vecteurs d'utilisation E(k,h) ont été obtenus en résolvant

Fisure 2.5: Illustration d'un problème ECOLES

	ECOLE 1		ECOLE 2			ECOLE 3			vecteur d'utilisation
	8h.30	(8h.40)	(8h.20)	8h.30	8h.40	8h.20	(8h.30)	8h.40	total R
t= 7h.20			2			1	1		3
t= 7h.30			2	2		2	2	1	4
t= 7h.40	1		2	2	2	3	2	2	4
t= 7h.50	1	1	1	2	2	3	3	2	5
t= 8h.00	1	1	1	1	2	3	2	3	4
t= 8h.10	1	1		1	1		2	2	3
t= 8h.20		1			1			2	1
t= 8h.30									0
t= 8h.40									0

( ): horaires qui minimisent le nombre d'autobus en circulation

des problèmes du type PARCOURS(INITIALISATION). La solution optimale, W minimum, choisit un seul horaire par école, soit 8h.40 pour l'école 1, 8h.20 pour l'école 2 et 8h.30 pour l'école 3, lesquels déterminent un vecteur d'utilisation total R dont le maximum est cinq.

Après avoir résolu le problème ECOLES, on revient à un problème du type PARCOURS et on reconsidère chaque école séparément, mais cette fois-ci, en incluant les résultats précédents du problème ECOLES. On possède en effet une information sur l'ensemble des écoles qui n'est pas à négliger.

Considérons par exemple l'école s dont la résolution du problème ECOLES a choisi l'horaire H*(s). Pour chaque période t, le nombre (partiel) d'autobus requis par l'ensemble des autres écoles est:

$$RPART(t,s) = R(t) - E(t,s,H^*(s)) \qquad t \in T$$

On repositionne les parcours vers l'école s pour l'horaire H*(s) seulement en tenant compte de cette information supplémentaire sur l'ensemble des positions des parcours des autres écoles. Utilisant la notation déjà introduite, nous avons le problème PARCOURS:

Minimiser U

sujet à $\sum_{J=1}^{J(P)} X(P,J)=1 \qquad P \in P(s)$

$$\sum_{P \in P(s)} \sum_{J=1}^{J(P)} a(t,H^*(s),P,J)\, X(P,J) + RPART(t,s) \leqslant U \qquad t \in T$$

$X(P,J)=0$ ou 1; $\quad P \in P(s)$; $J=1,2,\ldots,J(P)$.

Si on obtient une meilleure solution (min U < min W), alors la position des parcours POS(s,H*(s)) de l'école s a été modifiée pour l'horaire du début des cours H*(s), de manière à réduire le nombre total d'autobus. Dans notre exemple (figure 2.6), la position des parcours de l'école 1 est modifiée pour l'horaire du début des cours à 8h.40 et il n'y a plus que quatre parcours qui se recoupent dans le temps parmi les neuf parcours des trois écoles. La confection des circuits tirera profit de ces positions de parcours. On modifie de plus le vecteur d'utilisation total R. Nous procédons alors avec l'école suivante en incluant les derniers résultats.

On répète le problème PARCOURS pour chaque école, en utilisant l'horaire choisi, jusqu'à ce qu'aucune position de parcours n'ait été modifiée, après un cycle complet sur les écoles; on reprend alors le problème ECOLES et on fait

Figure 2.6: Illustration d'un problème PARCOURS

	PARCOURS 1			PARCOURS 2			RPART(1)	vecteur d'utilisation initial R	vecteur d'utilisation final R
t= 7h.20							3	3	3
t= 7h.30							4	4	4
t= 7h.40							4	4	4
t= 7h.50			1			1	4	5	4
t= 8h.00		1	1		1	1	3	4	3
t= 8h.10	1	1		1	1		2	3	4
t= 8h.20	1			1			0	1	2
t= 8h.30							0	0	0
t= 8h.40							0	0	0
	#					#			
	*			*					

Les parcours de l'école 1, pour l'horaire du début des cours à 8h.40, sont repositionnés en utilisant l'information complémentaire des autres écoles.

positions initiales: # positions finales: *

varier de nouveau les heures du début des cours. S'il y a modification des horaires, on répète le problème PARCOURS pour chaque école et on poursuit ainsi jusqu'à la stabilisation de la solution.

Il faut remarquer ici que la formulation proposée pour trouver les positions des parcours dans le temps, avec les horaires d'écoles fixés, n'est pas optimale, même sous l'hypothèse des durées inter-parcours nulles. Nous résolvons en effet un problème indépendant pour chaque école. Sous l'hypothèse précédente, l'optimalité serait obtenue avec un super problème PARCOURS contenant tous les parcours, et par le fait même toutes les écoles. Cette formulation a été rejetée pour l'unique raison du trop grand nombre de variables: par exemple,

(300 parcours)*(3 positions/parcours) = 900 variables.

De plus, lorsque l'on considère un horaire journalier (section suivante), ce nombre est multiplié par le facteur 3. Pour de petits problèmes, on pourra toujours considérer cette formulation globale des problèmes PARCOURS. La même remarque s'applique à l'intégration des problèmes PARCOURS et ECOLES en un seul problème en variables 0-1: avec 50 écoles possédant chacune 30 horaires et 6 parcours en moyenne, le nombre de variables est donné par 50*30*6*9 = 81,000.

2.5 Horaire Journalier

Comme le souligne une analyse du transport scolaire, une technique de solution qui s'attaque au problème de manière globale doit être privilégiée. "En effet, dans la perspective d'une plus grande latitude au niveau des horaires des écoles, il faut réaliser qu'une solution optimale produite en fonction des seuls critères de la rentrée du matin par exemple peut engendrer une solution catastrophique pour la sortie de l'après-midi" (Martin et Vinet (1974)).

La généralisation à un horaire journalier est immédiate. On remarquera que le cadre horaire de fin de cours est complètement déterminé par le cadre horaire du matin et la durée de la période du dîner; en effet, les périodes de cours ayant une durée fixe (pour une école donnée), nous avons:

cadre horaire de fin des cours	=	cadre horaire de début des cours	+	durée de la période du midi	+	durée des cours

Pour chaque école, nous requérons les informations supplémentaires suivantes: les durées (fixes) des cours du matin et de l'après-midi, la durée (variable) de la période du dîner (comprise entre 50 et 100 minutes), et le cadre

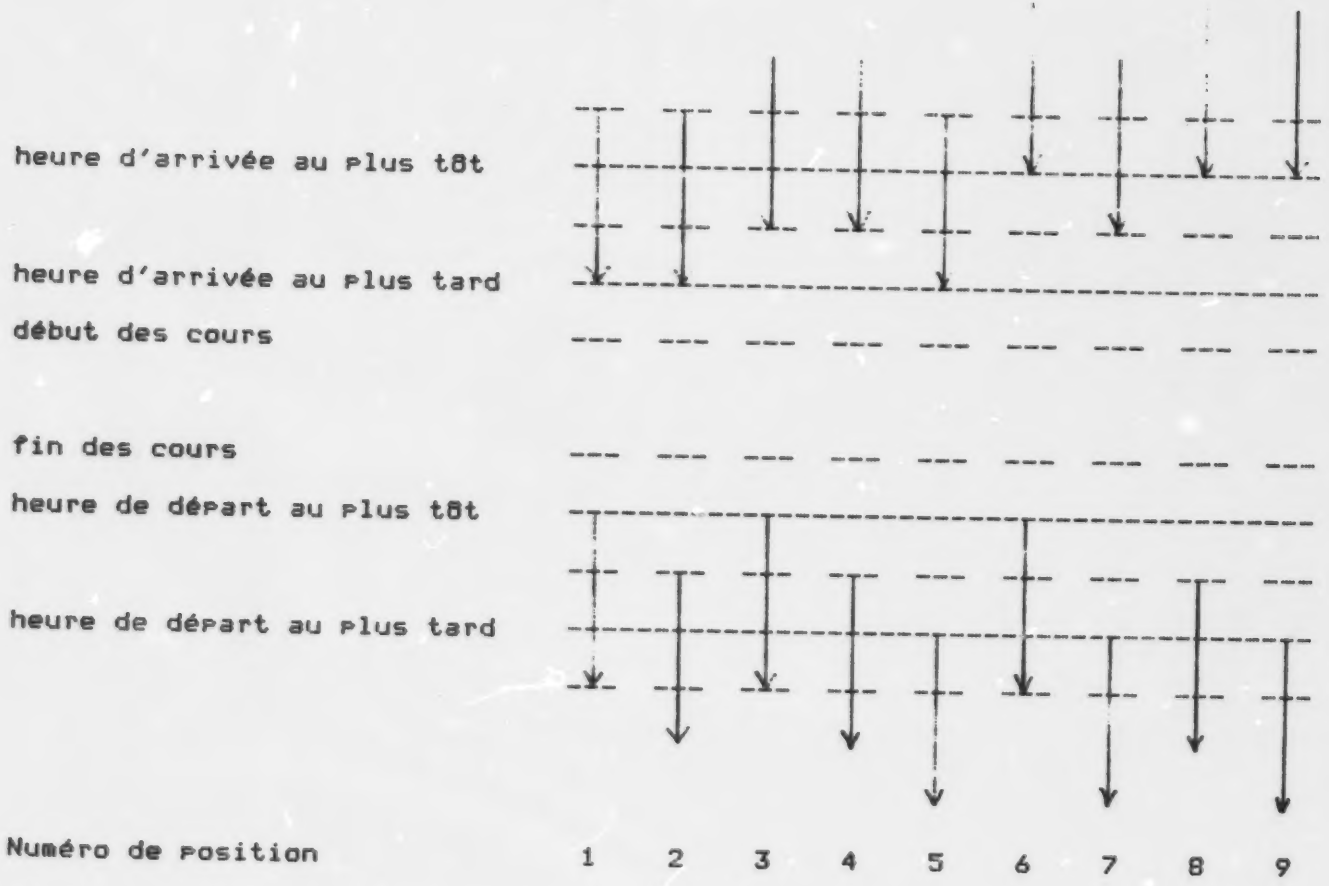
horaire de transport des écoliers l'après-midi (inclus dans {2h.30,2h.40,...,6h.00}).

Les implications de la détermination de bons horaires sur une base journalière se font sentir au niveau du nombre maximum d'horaires admissibles qui grimpe de huit ({8h.00,8h.10,...,9h.10}) à quarante-huit (il y a six choix pour la durée de la période du dîner). La nouvelle phase de réduction des cadres horaires analyse et réduit ce nombre lorsqu'il y a lieu et détermine de plus le nouveau cadre horaire T du transport global des écoliers, inclus dans l'union

{6h.30,6h.40,...,9h.00} U {14h.30,14h.40,...,17h.00}.

Finalement, la dernière implication porte sur le nombre de positions admissibles d'arrivée et de départ des parcours avant le début et après la fin des cours. Les trois possibilités du matin se répètent l'après-midi, d'où un résultat de neuf positions. Cependant, pour conserver une certaine qualité dans l'élaboration du transport scolaire, nous ordonnons les neuf positions (figure 2.7) de telle sorte que les parcours d'une durée de une ou deux périodes ont le choix parmi les neuf positions, les parcours d'une durée de trois périodes ont le choix parmi les six premières positions, les parcours d'une durée de quatre périodes ont le choix parmi les quatre premières

Figure 2.7: Positions d'un parcours dans le temps (horaire journalier)



positions, ... et ainsi de suite, selon le tableau 2.1:

Tableau 2.1: Nombre de positions d'un parcours en fonction de sa durée

durée du parcours	1,2	3	4	5	6+
nombre de positions	9	6	4	3	1

2.6 Groupes d'écoles

Pour certaines écoles physiquement rapprochées, le régisseur de transport souhaite parfois qu'elles aient le même horaire. Il est alors possible de transporter durant le même parcours des écoliers de type différent.

L'intégration à notre modèle de cette contrainte particulière ne pose aucun problème sérieux. Elle n'intervient en effet qu'aux deux seuls niveaux de la réduction des cadres horaires et de la construction de la matrice des contraintes du problème ECOLES.

Lors de la réduction des cadres horaires, les écoles d'un même groupe auront nécessairement le même cadre; on ne conservera donc pour ces écoles que l'intersection des

horaires élisibles. D'autre part, le problème ECOLES sera dorénavant résolu sur l'ensemble des groupes d'écoles. Le vecteur d'utilisation d'un groupe, pour un horaire fixé, sera la somme des vecteurs d'utilisation des écoles du groupe pour le même horaire. Et il est clair que si tous les groupes ne sont composés que d'une seule école, nous retrouvons notre problème initial sur les écoles.

Nous décrivons un algorithme détaillé de la détermination des horaires d'écoles en un langage semblable au PASCAL ou à l'ALGOL à l'appendice 1, en conservant la notation introduite.

2.7 Résolution des problèmes 0-1

Les problèmes PARCOURS(INITIALISATION), ECOLES et PARCOURS sont des problèmes de programmation linéaire avec variables binaires qui ont la même structure mathématique:

Minimiser Y

sujet à $\sum_{j=1}^{I(j)} X(i,j)=1 \qquad j=1,2,\ldots,n;$

$$\sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{I(j)} c(k,i,j)\, X(i,j) \leqslant Y \qquad k=1,2,\ldots,m;$$

$X(i,j)=0$ ou 1; $j=1,2,\ldots,n$; $i=1,2,\ldots,I(j)$.

Ce problème apparaît très souvent comme sous-problème lors de l'application de la décomposition de Benders, et malheureusement, la relaxation lagrangienne s'est avérée inefficace pour le résoudre (Ferland et Florian (1974)).

L'article de Ferland et Florian (1974) développe un algorithme sous-optimal pour le résoudre; il ne produit pas nécessairement la meilleure solution, mais engendre cependant une bonne solution réalisable ainsi qu'une borne supérieure (à l'aide du dual lagrangien) sur la distance à la solution optimale. Les résultats numériques indiquent que l'erreur relative sur la solution est inférieure à 4%. L'algorithme est très rapide puisqu'il consiste en un balayage à travers chaque bloc de variables et en l'application d'une procédure simple pour réduire la fonction à minimiser; on obtient ainsi un minimum

pseudo-local. Le processus se répète avec différentes solutions initiales engendrées aléatoirement ou à partir de l'information sur les coûts relatifs des variables. On conserve le meilleur résultat de toutes les itérations. Il faut noter que l'algorithme ne fait appel à aucun calcul complexe (tel l'inversion de matrice) pour l'obtention des coûts relatifs du simplexe grâce à la structure très spéciale des contraintes.

Une autre méthode heuristique a été proposée par Gertsbakh et Stern (1978); malheureusement elle ne serait applicable qu'aux problèmes PARCOURS, puisqu'elle n'accepte que des valeurs unitaires comme coefficients des contraintes.

Utilisant les résultats théoriques de l'article de Ferland et Florian (1974) concernant le calcul d'une solution duale et des coûts relatifs, nous avons implanté l'algorithme FF avec le vocabulaire suivant:

VARINIT(J): variables de base lors de l'appel de l'algorithme; J:=1,2,...,n;

P(J): variables de base lors du balayage (FFPSEUDO); J:=1,2,...,n;

Pi(J): variables de base de la solution finale (FFMEILLEUR); J:=1,2,...,n;

YSOL: valeur de la solution du problème 0-1;

YPSEUDO: valeur de la solution lors du balayage;

YDUAL: valeur de la solution duale;

KDUAL: ensemble des indices de lignes k où le maximum d'une pseudo-solution est atteint;

mu(J): variables de base calculées à partir des coûts relatifs servant à la réinitialisation de FFPSEUDO; J:=1,2,...,n.

La sortie de la solution s'effectue à quatre niveaux: solution optimale, proximité de la borne duale, maximum d'itérations sans changement de variables et solution sous-optimale ou cyclique (mêmes variables de départ pour deux itérations consécutives).

Il est possible de changer les variables de base sans pour cela diminuer la valeur de YSOL: si une nouvelle solution possède la même répartition que la solution conservée (par exemple, les mêmes vecteurs d'utilisation dans notre modèle) mais qu'elle diffère en termes de variables de base (pi(J) ≠ p(J) pour au moins un J), on conserve cette nouvelle solution pour allouer une possibilité d'amélioration ultérieure. On introduit dans l'algorithme la variable booléenne CHANGEMENT qui est 'vraie' uniquement lorsqu'il y a modification des variables de la solution finale (pi(J), J:=1,2,...,n) par rapport aux variables initiales de la première itération (VARINIT(J), J:=1,2,...,n).

L'appendice 2 décrit avec plus de détails l'algorithme FF.

III

CONFECTION DES CIRCUITS D'AUTOBUS SCOLAIRES

La confection des circuits (ou agencement des parcours) organise un horaire journalier pour chaque véhicule. A la sortie de l'algorithme de détermination des bons horaires, les écoles débutent à des heures différentes à l'intérieur d'une commission scolaire régionale et par leur numéro de position (de un à neuf), les parcours sont fixés dans le temps. Les autobus et les chauffeurs doivent être agencés pour couvrir tous les parcours. Il y a cependant moins de difficultés dans le cas du transport scolaire que dans le cas du transport public parce qu'on peut considérer l'autobus et son chauffeur comme une seule et même entité.

3.1 Heures de départ fixes: théorème de Dilworth

Considérons l'agencement des parcours du matin; un problème semblable existe le soir. Pour chaque parcours p, nous connaissons l'origine: ORIG(p), la destination: DEST(p), la durée: DUREE(p), l'heure d'arrivée à l'école: ARR(p) et l'heure de départ à l'origine du parcours: DEP(p) (=ARR(p) - DUREE(p)). De plus, INTER(p,q) mesure le temps requis pour aller de la destination du parcours p à

l'origine du parcours a.

On cherche une flotte d'autobus à coût minimum qui couvre tous les parcours. Pour simplifier, nous considérons que tous les autobus ont une capacité suffisante pour satisfaire aux besoins d'un quelconque parcours (chapitre 2, section 1).

Le coût de location des autobus étant très supérieur au coût de roulement inter-parcours, notre objectif unique pourra être de trouver la flotte minimale. Dans ce cas, nous pouvons construire un graphe orienté acyclique GRAPHE=(P;A) où P est l'ensemble de tous les parcours et pour p,q∈P, l'arc p-->q existe dans A <=>

$$ARR(p) + INTER(p,q) \leq DEP(q).$$

Une chaîne de GRAPHE est un ensemble de parcours de P et d'arcs de A

p, p-->q, q, q-->r, r,..., s-->t, t

où un parcours seul est considéré comme une chaîne élémentaire. Trouver le nombre minimum d'autobus pour couvrir tous les parcours équivaut à trouver le nombre minimum de chaînes pour couvrir tous les noeuds du graphe (P;A).

Il est clair que P est un ensemble partiellement ordonné

sous la relation d'ordre '-->'. En effet,

(1) p-->p dans A est impossible, et

(2) si p-->q et q-->r

alors ARR(p) + INTER(p,q) < DEP(q) + DUREE(q) + INTER(q,r)

$\leqslant$ DEP(r)

d'où p-->r.

Le théorème de Dilworth (1950) stipule que le nombre maximum d'éléments indépendants d'un ensemble partiellement ordonné est égal au nombre minimum de chaînes d'une décomposition (ou partition) de cet ensemble. Dans le cas du transport scolaire, deux parcours p et q sont indépendants si ni p-->q ni q-->p existe dans A, c'est-à-dire si les deux parcours p et q ne peuvent être effectués par le même autobus (incluant le cas où les parcours se recoupent dans le temps).

Il faut remarquer que si

INTER(p,q)=0 ou CONSTANTE

pour tous les couples de parcours et que l'on modifie la durée de tous les parcours par

DUREE(p):= DUREE(p) + CONSTANTE,

alors deux parcours seront indépendants si et seulement si ils se recoupent dans le temps; dès lors le nombre minimum d'autobus sera égal au nombre maximum d'autobus qui roulent en même temps.

L'équivalence du théorème de Dilworth et du théorème de Konig-Egervary donné par Fulkerson en 1956 permet d'appliquer l'algorithme des "cellules admissibles" de Ford et Fulkerson (1962, pp.55-57).

Plus tard, Fulkerson (1972) propose d'utiliser l'algorithme du flot minimal sur un graphe acyclique dont les arcs réels représentent les éléments de l'ensemble partiellement ordonné, tandis que des arcs fictifs sont ajoutés pour préserver les relations d'ordre. Les sources sont tous les noeuds sans prédécesseurs, tandis que les puits sont tous les noeuds sans successeurs. Une limite inférieure de 1 est exigée sur le flot des arcs réels, de 0 sur le flot des arcs fictifs et une capacité infinie est attribuée à tous les arcs du graphe. Un flot minimal couvrira tous les arcs réels (ceux qui correspondent aux parcours actuels) avec un nombre minimum de chaînes (autobus).

On peut résoudre ce même problème pour un objectif beaucoup plus général (minimiser le nombre d'autobus et la somme des durées inter-parcours) en le convertissant en un problème de transport:

$$\text{Minimiser} \quad \sum_{p\in PG} \sum_{q\in PG} C(p,q)\, X(p,q)$$

$$\text{sujet à} \quad \sum_{q\in PG} X(0,q) = \text{card}(P)$$

$$\sum_{q\in PG} X(p,q) = 1 ; \quad p\in P$$

$$\sum_{p\in PG} X(p,0) = \text{card}(P)$$

$$\sum_{p\in PG} X(p,q) = 1 ; \quad q\in P$$

$$X(p,q) : \text{entiers non-négatifs} ; \quad p,q\in PG.$$

où PG: ensemble des parcours P augmenté du garage G (le noeud 0)

$$C(p,q) = \begin{cases} \text{INTER}(p,q) & \text{si } p\text{-->}q \\ \text{INFINI} & \text{sinon} \end{cases} \qquad p,q\in P$$

$C(0,q)$ = coût de sortie d'un autobus $\qquad q\in P$

$C(p,0) = 0 \qquad p\in PG$

Les deux premières contraintes indiquent les disponibilités aux sources du problème de transport tandis que les deux suivantes représentent les demandes aux puits. Si dans la solution, une variable

$$X(0,q)=1 \quad (q \neq 0),$$

alors nous affectons un autobus au parcours q; si

$$X(p,q)=1 \quad (p,q \neq 0),$$

alors nous joignons le parcours q à la liste des parcours de l'autobus qui effectue le parcours p.

Orloff (1976) élimine les noeuds garage et obtient dès lors un problème d'affectation; le coût de sortie des autobus est affecté au coût des arcs de retour, c'est-à-dire aux arcs qui n'existaient pas sur le graphe des parcours (P;A).

3.2 Heures de départ flexibles: heuristiques

Malheureusement, la décomposion minimale d'un graphe acyclique suppose au préalable la connaissance des positions exactes des parcours dans le temps, c'est-à-dire les heures d'arrivée et de départ (= heure d'arrivée - durée) des autobus. Or en ce qui nous concerne, cette connaissance se limite à une approximation qui est fonction de la durée d'une période de temps. En effet, nous avons modifié la durée des parcours en complétant à l'entier supérieur le nombre de périodes de dix minutes (chapitre 2, section 2) pour obtenir les horaires d'écoles et les positions de parcours par l'algorithme de détermination des bons

horaires. Mais un parcours d'une durée de trente-deux minutes possède, à l'intérieur d'un arrondissement à quatre périodes ou quarante minutes, une flexibilité non négligeable de huit minutes, que nous récupérons tout simplement.

Nous avons un ensemble de parcours à couvrir avec l'information suivante, étant donné notre choix de début et de fin de cours le matin et l'après-midi:

ORIG(p): noeud origine du parcours p

DEST(p): destination (école) du parcours p

DUREE(p): durée en minutes du parcours p

NBPER(p): durée du parcours p en complétant à l'entier supérieur le nombre de périodes de dix minutes

ARRTAR(p): heure d'arrivée au plus tard du parcours p, le matin et l'après-midi

DEPTOT(p): heure de départ au plus tôt du parcours p, le matin et l'après-midi (= ARRTAR(p) - NBPER(p)*10)

FLEX(p): flexibilité en minutes du parcours p (= NBPER(p)*10 - DUREE(p))

VOIS(k): voisinage de l'école k (excluant l'école k)

DEBCOURS(k): début des cours de l'école k, le matin

FINCOURS(k): fin des cours de l'école k, l'après-midi

Les parcours de la rentrée du matin étant inversés à la sortie de l'après-midi,

$$\text{INTER}(p,q)=\begin{cases}\text{DISTANCE}(\text{ORIG}(q),\ \text{DEST}(p)) & \text{le matin}\\ \text{DISTANCE}(\text{ORIG}(p),\ \text{DEST}(q)) & \text{l'après-midi}\end{cases}$$

Durant une activité (soit la rentrée du matin ou la sortie de l'après-midi), un parcours q desservant l'école DEST(q) peut succéder à un parcours p desservant l'école DEST(p) dans un circuit (p-->q) si et seulement si

1) l'heure d'arrivée de p additionnée au temps pour aller du point terminal de p à l'origine de q n'excède pas l'heure de départ de q;
2) l'école DEST(q) appartient à l'ensemble des écoles admissibles de l'autobus b (ECADMIS(b)) qui effectue le parcours p.

A la sortie d'un autobus b pour le parcours p, les écoles admissibles de b sont évaluées par

ECADMIS(b):=VOIS(DEST(p));

par la suite, si le parcours q est ajouté à la liste des parcours effectués par l'autobus b,

ECADMIS(b):=ECADMIS(b) $\wedge$ VOIS(DEST(q)).

Ces deux conditions reflètent la réalité, mais détruisent

la relation d'ordre partiel sur l'ensemble des parcours.

L'introduction de la flexibilité dans les heures de départ et d'arrivée complique considérablement le problème de l'agencement des parcours. En effet, on ne sait pas à l'avance l'heure exacte de départ ou d'arrivée d'un parcours, et dès lors on ne peut caractériser les conditions d'agencement entre deux parcours p et q: il existe une région d'incertitude à l'intérieur de laquelle il n'est pas évident si q peut succéder ou non à p (Orloff (1976)). Il faut bien remarquer ici qu'il ne s'agit pas de la flexibilité des heures d'ouverture et de fermeture des écoles (celles-ci ayant déjà été déterminées par l'algorithme des bons horaires), mais bien d'une souplesse sur les heures de départ et d'arrivée des parcours alors qu'on les a déjà fixés à l'intérieur de certaines périodes de temps.

Posant DEPTAR(p):= DEPTOT(p) + FLEX(p);

ARRTOT(p):= ARRTAR(p) - FLEX(p);

si ARRTAR(p) + INTER(p,q) $\leq$ DEPTOT(q)

alors p-->q existe (et si la condition des écoles admissibles est aussi satisfaite); si

ARRTOT(p) + INTER(p,q) > DEPTAR(q)

alors p-->q est impossible; mais si

DEPTOT(q) - ARRTAR(p) < INTER(p,q) $\leq$ DEPTAR(q) - ARRTOT(p)

alors il est difficile de certifier si oui ou non p-->q existe. Permettre les parcours p et q sur le même circuit dépend de l'heure de départ du parcours p, laquelle heure dépend aussi des parcours précédents de ce circuit. Permettre à p-->q d'exister dans la région d'incertitude crée des chaînes irréalisables pour un horaire d'autobus.

3.2.1 Problèmes de transport inter-périodes

La première heuristique étudiée crée des circuits en jumelant les parcours des périodes adjacentes à l'aide d'un problème de transport de manière à minimiser le nombre d'autobus et le temps improductif. On pourra aussi utiliser d'autres objectifs, tel celui de minimiser le temps total d'utilisation de tous les autobus (Bodin et Berman (1976), Orloff (1976)).

La formulation mathématique du problème de transport à chaque période est:

$$\text{Minimiser} \quad \sum_{b \in BG} \sum_{p \in DG} C(b,p)\, X(b,p)$$

sujet à

$$\sum_{p \in DG} X(0,p) = \text{card}(D)$$

$$\sum_{p \in DG} X(b,p) = 1; \qquad b \in B$$

$$\sum_{b \in BG} X(b,0) = \text{card}(B)$$

$$\sum_{b \in BG} X(b,p) = 1; \qquad p \in D$$

$X(b,p)$: entiers non-négatifs;
$b \in BG$, $p \in DG$.

où BG: ensemble des sources représentant les autobus disponibles (ensemble B) de toutes les périodes précédentes augmenté du noeud garage G (le noeud 0)

DG: ensemble des puits représentant la demande des parcours à débuter (ensemble D) à la période présente augmenté d'un noeud bidon où se retrouvent les autobus disponibles pour les périodes suivantes (le noeud 0)

$$C(b,p) = \begin{cases} \text{INTER(DERNIER(b),p)} & \text{si DERNIER(b)} \dashrightarrow p \\ & \qquad b \in B, p \in D \\ \text{INFINI} & \text{sinon} \end{cases}$$

$C(0,p)$ = coût de sortie d'un autobus $\qquad p \in D$

$C(b,0) = 0 \qquad b \in BG$

Les deux premières contraintes du problème de transport indiquent les disponibilités aux sources: ce sont les autobus réutilisables de toutes les périodes de temps précédentes et les autobus stationnés au garage. Les deux contraintes suivantes sont les demandes aux puits du problème de transport: ce sont les parcours à effectuer durant la période de temps présente.

Le matin, l'algorithme d'agencement débute avec la dernière période en assignant tout simplement autant d'autobus qu'il y a de parcours à effectuer. Pour un autobus b affecté à un parcours p, nous conservons

DERNIER(b):=p;

nous calculons l'heure où cet autobus sera libre par

HBUSVIDE(b):=DEPTAR(p);

et nous déterminons les écoles admissibles de cet autobus

ECADMIS(b):=VOIS(DEST(p)).

On poursuit ensuite avec l'avant-dernière période et on résout le problème de transport; la procédure recule dans le temps jusqu'à ce qu'on ait traversé toutes les périodes. L'après-midi, le processus est inversé et on débute avec la première période; seul le calcul de l'heure où l'autobus est libéré diffère:

HBUSVIDE(b):=ARRTOT(p).

la procédure avance dans le temps jusqu'à ce qu'on ait traversé toutes les périodes de temps.

Si dans la solution d'un problème de transport, une variable

$$X(0,p)=1 \quad (p \neq 0),$$

alors nous affectons un nouvel autobus b au parcours p et calculons

DERNIER(b):=p;

$$\text{HBUSVIDE}(b):=\begin{cases}\text{DEPTAR}(p) & \text{le matin}\\ \text{ARRTOT}(p) & \text{l'après-midi}\end{cases}$$

ECADMIS(b):=VOIS(DEST(p)).

Si une variable

$$X(b,p)=1 \quad (b,p \neq 0),$$

alors nous joignons le parcours p à la liste des parcours de l'autobus b et calculons l'heure où cet autobus sera libre en récupérant toute la flexibilité du parcours à l'intérieur des périodes où il est fixé:

le matin

h:=HBUSVIDE(b) - INTER(DERNIER(b),p);
si h < ARRTAR(p)
alors HBUSVIDE(b):=h - DUREE(p)
sinon HBUSVIDE(b):=DEPTAR(p);

l'après-midi

h:=HBUSVIDE(b) + INTER(DERNIER(b),p);
si h > DEPTOT(p)
alors HBUSVIDE(b):=h + DUREE(p)
sinon HBUSVIDE(b):=ARRTOT(p);

et pour les deux activités

DERNIER(b):=p;

ECADMIS(b):=ECADMIS(b) ∩ VOIS(DEST(p)).

Si une variable

$$X(b,0)=1 \quad (b \neq 0),$$

alors l'autobus b n'est pas réutilisé à cette période et il devient disponible pour une période ultérieure en se joignant à l'ensemble B.

On peut améliorer la qualité de cet algorithme en utilisant un peu plus la flexibilité des parcours et en réduisant le temps d'attente des écoliers aux écoles, avant le début et après la fin des cours. Il s'agit tout simplement de rapprocher les heures d'arrivée (le matin) et de départ (l'après-midi) des autobus et les heures de début (le matin) et de fin (l'après-midi) des cours, lorsque c'est possible. Cela signifie que lorsqu'on doit sortir un nouvel autobus, par exemple l'après-midi, on le sort le plus rapidement possible: on réduit ainsi le temps d'attente des écoliers et cet autobus est disponible plus rapidement. Par exemple, si l'école desservie par le parcours p termine à 3h.10 l'après-midi et que l'on doive sortir un autobus à 3h.30 pour un parcours p d'après les résultats du problème de transport, nous le sortons le plus tôt possible, c'est-à-dire à 3h.20. De la même manière, si le parcours p

est ajouté à la liste des parcours de l'autobus b, quelque soit sa position dans le temps, ce parcours sera effectué à partir de

HBUSVIDE(b) si HBUSVIDE(b) > 3h.20

sinon à partir de 3h.20.

Pour un autobus b affecté à un parcours p au départ de l'algorithme d'agencement ou si une variable

$$X(0,p)=1 \quad (p \neq 0),$$

dans la solution d'un problème de transport, nous calculons

$$\text{HBUSVIDE(b)}:=\begin{cases}\text{DEBCOURS(DEST(p))} - 10 - \text{DUREE(p)}, & \text{le matin}\\ \text{FINCOURS(DEST(p))} + 10 + \text{DUREE(p)}, & \text{l'après-midi}\end{cases}$$

Si une variable

$$X(b,p) \quad (b,p \neq 0),$$

nous calculons l'heure où l'autobus b sera libre comme suit:

le matin

h:=HBUSVIDE(b) - INTER(DERNIER(b),p);
si h < DEBCOURS(DEST(p)) - 10
alors HBUSVIDE(b):=DEBCOURS(DEST(p)) - 10 - DUREE(p)
sinon HBUSVIDE(b):=h - DUREE(p);

l'après-midi

h:=HBUSVIDE(b) + INTER(DERNIER(b),p)
si h > FINCOURS(DEST(p)) + 10
alors HBUSVIDE(b):=h + DUREE(p)
sinon HBUSVIDE(b):=FINCOURS(DEST(p)) + 10 + DUREE(p).

3.2.2 Prédécesseurs-successeurs

Combinant la notion de 'prédécesseurs-successeurs' avec la dernière remarque concernant la flexibilité des parcours, nous avons finalement implanté l'heuristique décrite dans les paragraphes suivants.

Nous construisons deux graphes orientés acycliques, l'un pour le matin, l'autre pour l'après-midi; les noeuds représentent les parcours de P et pour p,q∈P, l'arc p-->q existe <=>

1) ARRTOT(p) + INTER(p,q) ≤ DEPTAR(q)

2) DEST(q) appartient à l'ensemble VOIS(DEST(p))

Nous permettons donc sur ces graphes toutes les possibilités d'agencement entre les parcours p et q. Si les arcs p-->q et q-->p sont réalisables, on conserve uniquement l'arc à distance minimale (INTER minimum). Puisque la flexibilité des parcours est inférieure ou égale à neuf minutes à l'intérieur de la durée en périodes,

FLEX(p):=NBPER(p)*10 - DUREE(p)

les cycles formés de deux parcours sont les seuls possibles, et ils ne peuvent être formés que par des parcours dont la durée est inférieure à cinq minutes!

Puisque nous avançons dans le temps pour la confection des circuits d'autobus de l'après-midi, l'affectation des

autobus se fera initialement à tous les parcours qui n'ont pas de prédécesseurs sur le graphe; en effet, si un parcours n'a pas de prédécesseurs sur le graphe, alors ce parcours n'a pas de prédécesseurs dans le temps, et la seule manière de l'effectuer est de sortir un autobus b du garage. Une remarque semblable s'applique pour la confection des circuits du matin.

Après avoir calculé l'heure où les autobus sont libres, en récupérant toute la flexibilité disponible comme à la fin de la section précédente, et déterminé les écoles admissibles, on élimine du graphe acyclique tous ces parcours sans prédécesseurs et tous les arcs qui se rattachent à ceux-ci, obtenant ainsi un graphe acyclique réduit.

La confection des circuits d'autobus s'effectuera à l'aide de problèmes de transport entre d'une part, les autobus disponibles (y compris ceux du garage) et d'autre part, les parcours sans prédécesseurs du graphe réduit. On poursuit ainsi, en réduisant de nouveau le graphe, jusqu'à l'élimination complète de tous les parcours. La formulation mathématique du problème de transport à chaque période est:

$$\text{Minimiser} \quad \sum_{b \in BG} \sum_{p \in SG} C(b,p)\, X(b,p)$$

sujet à

$$\sum_{p \in SG} X(0,p) = \text{card}(S)$$

$$\sum_{p \in SG} X(b,p) = 1 ; \quad b \in B$$

$$\sum_{b \in BG} X(b,0) = \text{card}(B)$$

$$\sum_{b \in BG} X(b,p) = 1 ; \quad p \in S$$

$X(b,p)$: entiers non-négatifs;
$b \in BG$, $p \in SG$.

où BG: ensemble des sources représentant les autobus disponibles (ensemble B) augmenté du noeud garage G (le noeud 0)

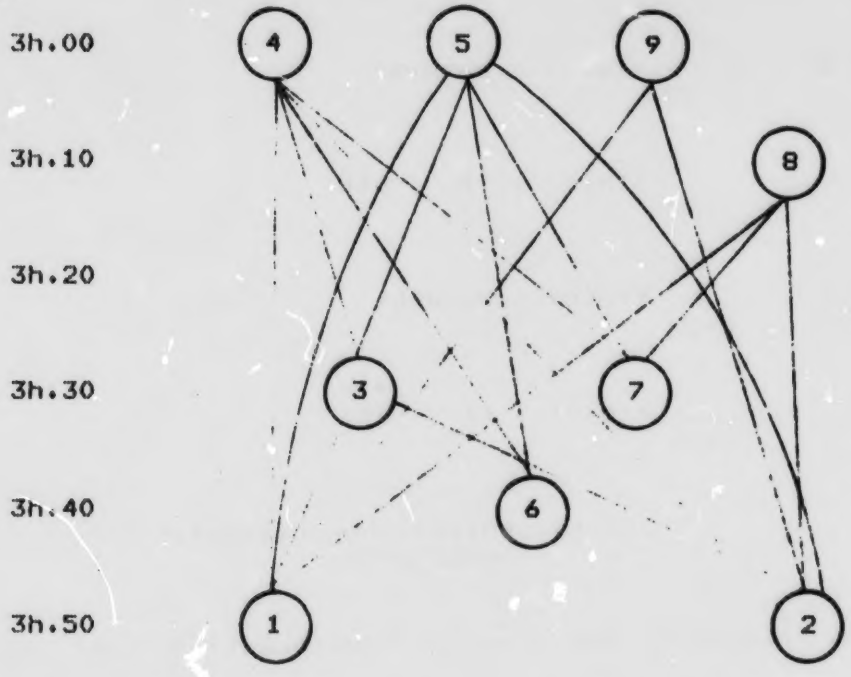
SG: ensemble des puits représentant les parcours sans prédécesseurs du graphe réduit (ensemble S) augmenté d'un noeud bidon où se retrouvent les autobus disponibles pour les périodes suivantes (le noeud 0)

$$C(b,p) = \begin{cases} \text{INTER}(\text{DERNIER}(b),p) & \text{si DERNIER}(b) \dashrightarrow p \\ \text{INFINI} & \text{sinon} \end{cases} \qquad b \in B, p \in S$$

$C(0,p)$ = coût de sortie d'un autobus $\qquad p \in S$

$C(b,0) = 0 \qquad b \in BG$

Figure 3.1: Graphe des relations inter-parcours (exemple)



Puisqu'un autobus n'effectue qu'exceptionnellement cinq parcours durant une activité, le nombre de problème de transport sera habituellement au plus quatre. Etant plus global, cet algorithme produit en pratique des solutions numériques aussi bonnes que l'algorithme précédent quant au nombre d'autobus, mais réduit sensiblement la somme des inter-parcours. Il surmonte aussi la difficulté illustrée par la figure 3.1. L'algorithme qui résout un problème de transport à chaque période procédera comme suit:

3h.00: Sortie de 3 autobus pour les parcours 4, 5 et 9.

3h.10: Problème de transport

Disponibilité: Garage

Demande: 8

Sortie d'un autobus pour le parcours 8

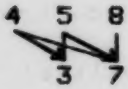
3h.20: Problème de transport

Disponibilité: Garage

Demande: aucune

3h.30: Problème de transport

Disponibilité: 4 5 8 Garage



Demande: 3 7

3h.40: Problème de transport

Disponibilité: Garage

Demande: 6

Sortie d'un autobus pour le parcours 6

3h.50: Problème de transport

Disponibilité: 3 8 9 Garage

Demande: 1 2

4h.00 - 4h.20: Problèmes de transport sans demande

Solution finale: Autobus 1: 4-->3-->1

Autobus 2: 5-->7

Autobus 3: 9

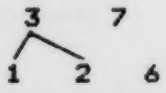
Autobus 4: 8-->2

Autobus 5: 6

Plus global, l'algorithme basé sur les prédécesseurs ne résoudra que deux problèmes de transport:

3h.00: Sortie de 4 autobus pour les parcours sans prédécesseur 4, 5, 9 et 8.

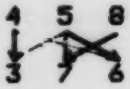
Graphe réduit:



3h.30: Problème de transport

Disponibilité: 4 5 8 Garage

Demande: 3 7 6



Graphe réduit: 1 2

3h.50: Problème de transport

Disponibilité: 3 9 Garage
↓ ↓
Demande: 1 2

Graphe réduit: ---

Solution finale: Autobus 1: 4-->3-->1

Autobus 2: 5-->6

Autobus 3: 9-->2

Autobus 4: 8-->7

A l'appendice 3, nous décrivons sommairement l'algorithme de confection des circuits d'autobus scolaires le soir en termes de PREDECESSEURS; l'algorithme du matin est tout à fait similaire avec le terme SUCCESSEURS.

IV

RESULTATS NUMERIQUES

Nous présentons maintenant les résultats détaillés d'un exemple traité par notre modèle. Les données recueillies représentent un sous-ensemble des écoles et des parcours de la Commission scolaire régionale de St-François (Drummondville, Québec).

4.1 Description des données

Quatre fichiers constituent les données essentielles à notre modèle: les fichiers ECOLES, PARCOURS, RESEAU et GROUPES.

Nous devons déterminer les heures d'ouverture et de fermeture de six écoles. Pour chacune d'elles, nous spécifions l'identificateur (Pensionnat, Frédéric,..., Présentat), le numéro de noeud sur le réseau (1,2,...,6), le cadre horaire du début des cours (8h.00-8h.50), les durées minimum et maximum de la période du midi (50 min-90 min), la durée totale des cours du matin (190 min) et des cours de l'après-midi (150 min) ainsi que le cadre horaire du transport écolier (7h.20-16h.30). De plus, toutes les écoles sont voisines, c'est-à-dire que les autobus desservant une

école auront accès à toutes les autres écoles lors de la confection des circuits d'autobus. Le tableau 4.1 résume les diverses caractéristiques des écoles après la réduction des cadres horaires de début et de fin des cours (on se rappellera que cette réduction utilise le parcours le plus long de l'école et le cadre horaire de transport de l'école); le nombre d'horaires possibles pour chaque école apparaît dans la colonne HRS. On note aussi d'après ce tableau, que le transport écolier s'effectuera de 7h.20 à 8h.40 pour la rentrée du matin et de 14h.40 à 16h.30 pour la sortie de l'après-midi.

Le fichier PARCOURS comprend quarante-huit parcours du type "réseau vers une seule école". La description des parcours se limite à l'identificateur (400,401,...,447), le noeud origine (7,8,...,54), le noeud de l'école destination (1,2,...,6) et la durée en minutes. Le tableau 4.2 résume les caractéristiques des parcours et la dernière colonne PARC du tableau 4.1 indique le nombre de parcours desservant chaque école. L'échantillon de parcours contient deux parcours d'une seule période, trente-deux parcours de deux périodes, dix parcours de trois périodes et finalement quatre parcours de quatre périodes. La dernière colonne du tableau 4.2 représente le nombre de positions d'un parcours dans le temps pour un horaire journalier; ce nombre de positions est calculé à partir du tableau 2.1.

Tableau 4.1: Description des Ecoles (après réduction des cadres horaires)

IDENTIF	NOEUD	MATIN	APRES-MIDI	TRANSPORT	HRS	PARC
PENSIONNAT	1	8h.10-8h.50	14h.40-15h.40	7h.20-16h.30	22	11
FREDERIC	2	8h.00-8h.50	14h.30-15h.50	7h.20-16h.30	28	8
POUDRIERE	3	8h.00-8h.50	14h.30-15h.50	7h.20-16h.30	28	6
J.-RAIMBAU	4	8h.10-8h.50	14h.40-15h.40	7h.20-16h.30	22	8
ST-GEORGES	5	8h.10-8h.50	14h.40-15h.40	7h.20-16h.30	22	4
PRESENTAT	6	8h.10-8h.50	14h.40-15h.40	7h.20-16h.30	22	11

Tableau 4.2: Description des Parcours

NO	IDENTIF	ORIG	DEST	DUREE	NBPER	NPPOS
1	400	7	1	32	4	4
2	401	8	1	22	3	6
3	402	9	1	18	2	9
4	403	10	1	18	2	9
5	404	11	1	20	2	9
6	405	12	1	23	3	6
7	406	13	1	16	2	9
8	407	14	1	16	2	9
9	408	15	1	15	2	9
10	409	16	1	15	2	9
11	410	17	1	13	2	9
12	411	18	2	13	2	9
13	412	19	2	23	3	6
14	413	20	2	15	2	9
15	414	21	2	21	3	6
16	415	22	2	16	2	9
17	416	23	2	26	3	6
18	417	24	2	16	2	9
19	418	25	2	17	2	9
20	419	26	3	20	2	9
21	420	27	3	15	2	9
22	421	28	3	11	2	9
23	422	29	3	18	2	9
24	423	30	3	16	2	9
25	424	31	3	26	3	6
26	425	32	4	33	4	4
27	426	33	4	16	2	9
28	427	34	4	20	2	9
29	428	35	4	13	2	9
30	429	36	4	20	2	9
31	430	37	4	11	2	9
32	431	38	4	8	1	9
33	432	39	4	16	2	9
34	433	40	5	18	2	9
35	434	41	5	22	3	6
36	435	42	5	33	4	4
37	436	43	5	15	2	9
38	437	44	6	32	4	4
39	438	45	6	18	2	9
40	439	46	6	30	3	6
41	440	47	6	21	3	6
42	441	48	6	20	2	9
43	442	49	6	16	2	9
44	443	50	6	11	2	9
45	444	51	6	14	2	9
46	445	52	6	17	2	9
47	446	53	6	10	1	9
48	447	54	6	22	3	6

Les arrêts origine (1,2,...,6) et destination (7,8,...,54) des parcours constituent les noeuds du réseau et le tableau 4.3 indique la longueur des segments en minutes (comme fonction de la distance par les chemins les plus courts). Nous supposons le réseau symétrique et on remarquera que ce tableau n'indique que les seules longueurs nécessaires à nos futurs calculs.

En dernier lieu, le fichier GROUPES contient six groupes, une seule école par groupe. A ces données, nous pouvons ajouter les particularités suivantes qui sont propres à notre exemple et/ou à notre implantation du transport scolaire. Tous les autobus ont même capacité et peuvent effectuer un quelconque parcours. Nous considérons les chauffeurs et les autobus comme une seule entité. Les parcours sont ceux de la rentrée du matin et ils sont inversés à la sortie de l'après-midi. En dernier lieu, deux parcours desservant la même école ne seront jamais effectués par le même autobus durant une activité, dans le but d'éviter la confusion provoquée par deux groupes d'écoliers utilisant le même autobus mais dont l'un doit attendre.

4.2 Horaires d'écoles

Le premier résultat concerne la réduction des cadres

Tableau 4.3: Distances Parcours-Ecoles (en minutes)

	1	2	3	4	5	6
1	18	16	9	21	16	27
2	17	14	6	20	14	22
3	13	11	4	18	11	20
4	11	9	2	16	9	20
5	12	10	3	17	10	22
6	13	12	3	17	11	24
7	11	11	8	12	5	21
8	9	9	10	10	5	19
9	8	8	11	12	4	18
10	8	6	12	11	5	17
11	5	5	10	6	2	16
12	4	4	13	2	5	12
13	14	17	26	12	14	12
14	6	9	16	2	8	10
15	10	10	12	8	9	16
16	8	10	17	4	9	8
17	12	14	22	13	17	1
18	8	11	18	10	12	3
19	9	13	20	12	14	1
20	20	19	19	24	18	29
21	18	16	9	21	16	27
22	17	14	8	20	14	22
23	5	4	10	5	2	14
24	5	8	14	3	6	9
25	5	9	16	1	6	11
26	18	16	9	9	16	27
27	11	9	3	16	9	18
28	10	8	2	13	8	20
29	9	6	10	10	4	19
30	6	6	12	8	3	16
31	6	6	13	6	3	17
32	5	3	6	8	2	14
33	2	3	11	8	5	9
34	1	3	11	6	6	8
35	9	13	20	11	14	1
36	9	11	18	9	12	6
37	12	11	13	6	10	16
38	18	16	9	21	16	16
39	9	6	4	12	6	16
40	10	8	2	13	8	19
41	9	6	10	10	4	18
42	8	8	10	11	5	18
43	4	3	6	6	2	14
44	3	5	13	3	3	11
45	6	9	16	1	8	12
46	12	11	13	6	10	16
47	6	10	17	2	9	9
48	14	17	26	12	14	12

horaires. Au départ, chaque école a six horaires possibles pour l'heure d'ouverture le matin (8h.00-8h.50) et cinq possibilités pour la durée de la période du midi (50 min-90 min); il y a donc trente horaires par école, soit cent quatre-vingts pour l'ensemble. Après la réduction des cadres horaires, ce nombre diminue à cent quarante-six (tableau 4.1), soit une baisse de 19%.

Dans notre implantation, les problèmes de programmation 0-1 pour la recherche des bons horaires de cet exemple ont vingt-trois périodes: (7h.20, 7h.30, ..., 8h.50, 14h.30, 14h.40, ..., 16h.30). Quatre périodes sont superflues parce qu'il n'y aura jamais de transport durant celles-ci (8h.40, 8h.50, 14h.30, 16h.30).

Les prochains résultats concernent les problèmes PARCOURS (INITIALISATION); nous devions construire et résoudre cent quarante-six problèmes de ce type pour trouver la meilleure disposition des parcours selon chaque horaire. Après la programmation et quelques essais, l'analyse des résultats et le calcul des temps d'exécution, nous avons renoncé à les résoudre: il y avait rarement changement dans la position des parcours et les résultats n'étaient vraiment pas très prometteurs. Les problèmes PARCOURS(INITIALISATION) calculent dès lors les vecteurs d'utilisation pour chaque horaire en fixant tous les parcours à la position 1,

c'est-à-dire que chaque parcours parvient à l'école destination dix minutes avant le début des cours à la rentrée du matin et retourne dix minutes après la fin des cours à la sortie de l'après-midi (figure 2.7). Les vecteurs d'utilisation sont conservés en vue des modifications et des réutilisations futures.

La solution initiale du problème ECOLES fixe les horaires de chaque école à sa première possibilité (premier horaire du matin et une durée de cinquante minutes pour la période du midi). La partie supérieure du tableau 4.4.1 illustre ce premier choix où le nombre de parcours simultanés dans le temps est quarante-huit (le nombre total de parcours).

La solution du problème ECOLES nous montre (partie inférieure du tableau 4.4.1) un minimum de dix-neuf autobus pour effectuer tous les parcours vers toutes les écoles. C'est une solution sous-optimale dont la valeur de la borne duale (sept) est très peu significative. On remarquera une très faible utilisation de la flexibilité du midi.

Le tableau 4.4.2 poursuit l'évolution de la solution à travers la résolution du problème PARCOURS pour l'ensemble des six écoles. L'application sur la première école ne réduit pas le nombre d'autobus (dix-neuf) malgré l'obtention d'une solution optimale (avec la position initiale des onze

parcours). La borne duale (quinze) n'intervient aucunement dans l'optimalité de ce résultat. La résolution sur l'école 2 n'abaisse pas le minimum mais provoque un changement de solution (voir la position des parcours) en atteignant la borne duale; c'est donc une seconde solution optimale. Les mêmes remarques s'appliquent à la résolution du problème pour l'école 4 où survient le prochain changement.

La résolution sur l'école 5 permet de réduire la solution à dix-huit et ce résultat est atteint avec optimalité. Les solutions pour les écoles 6 et de nouveau 1 n'apportent pas de diminution, mais à chaque fois, il y a une nouvelle solution sous-optimale due à un retour cyclique sur les variables de base. Aucun changement ne se produit par la suite et tous les résultats sont optimaux. Des douze problèmes résolus au tableau 4.4.2, dix l'ont été de manière optimale, soit plus de 83%.

La section supérieure du tableau 4.4.3 résume les résultats du problème PARCOURS: c'est la solution initiale du second problème ECOLES. La solution de ce deuxième problème ECOLES abaisse à dix-sept le minimum; ce résultat est obtenu par une solution sous-optimale et la borne duale (zéro) n'est vraiment d'aucun secours. Une fois de plus, on remarquera la faible utilisation de la flexibilité du midi.

Le tableau 4.4.4 cumule les résultats du problème PARCOURS où la solution est modifiée uniquement lors de la résolution pour l'école 1 (solution sous-optimale ou cyclique). Aucun autre changement n'est apporté malgré que les cinq problèmes suivants soient résolus de manière optimale (dont quatre en utilisant la borne duale).

Le tableau 4.4.5 représente le dernier effort par le problème ECOLES. Rien n'est changé dans la solution finale en ce qui concerne les horaires d'écoles par rapport au tableau 4.4.3 malgré le fait que le problème PARCOURS (tableau 4.4.4) ait modifié la position des parcours de l'école 1. La borne duale (un) est encore une fois tout à fait inutile (dans ce genre de problème) et cette fois-ci, la sortie s'est effectuée sur l'atteinte du nombre maximum d'itérations sans changement (trois). L'algorithme FF a été réutilisé en augmentant le nombre maximum d'itérations à cinq et nous avons obtenu exactement les mêmes résultats sur chaque itération des problèmes ECOLES et PARCOURS.

L'évolution de l'algorithme de détermination des bons horaires se résume en quelques lignes: le premier problème ECOLES réduit de 48 à 19 le nombre de parcours se recoupant dans le temps; le premier problème PARCOURS abaisse la solution à 18; le second problème ECOLES réduit de nouveau ce nombre à 17 tandis que le second problème PARCOURS

termine à 16; finalement, le troisième et dernier problème ECOLES n'améliore pas cet estimateur du nombre minimum d'autobus pour couvrir tous les parcours.

On remarquera que le vecteur d'utilisation final indique un minimum de seize autobus, mais que cette valeur ne se retrouve qu'à la rentrée du matin; la sortie de l'après-midi montre en effet un minimum de quinze seulement (tableau 4.4.5).

Tableau 4.4.1: Problème ECOLES pour les écoles 1,2,3,4,5,6

SOLUTION INITIALE

Vecteur d'utilisation : 8 24 46 34 14 48 36 10 4

EC	MATIN	MIDI	SOIR								
1	8h.10	50	14h.40	1	3	11	11		11	11	3	1
2	8h.00	50	14h.30	3	8	8		8	8	3		
3	8h.00	50	14h.30	1	6	6		6	6	1		
4	8h.10	50	14h.40	1	1	7	8		8	7	1	1
5	8h.10	50	14h.40	1	2	4	4		4	4	2	1
6	8h.10	50	14h.40	1	4	10	11		11	10	4	1

SOLUTION FINALE

Vecteur d'utilisation : 4 16 19 15 17 5 17 19 14 14 19 15 5 13 18 11 2 1

EC	MATIN	MIDI	SOIR																
1	8h.20	50	14h.50		1	3	11	11					11	11	3	1			
2	8h.00	50	14h.30	3	8	8			8	8	3								
3	8h.00	50	14h.30	1	6	6			6	6	1								
4	8h.50	60	15h.30				1	1	7	8							8	7	1	1
5	8h.20	50	14h.50		1	2	4	4					4	4	2	1			
6	8h.50	50	15h.20					1	4	10	11						11	10	4	1

Minimum d'autobus: 19 Borne duale: 7 Solution sous-optimale ***** Changement ****

Tableau 4.4.2: Problème PARCOURS pour les écoles 1,2,3,4,5,6

ECOLE 1 (8h.20, 50 min, 14h.50)

Vecteur d'utilisation : 4 16 19 15 17 5 17 19 14 14 19 15 5 13 18 11 2 1

Minimum d'autobus: 19 Borne duale: 15 Solution optimale
Position des parcours 1 à 11: (1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)

ECOLE 2 (8h.00, 50 min, 14h.30)

Vecteur d'utilisation : 9 16 14 15 17 5 17 19 14 14 19 15 5 13 18 11 2 1

Minimum d'autobus: 19 Borne duale: 19 Proximité de la borne #### Changement ####
Position des parcours 12 à 19: (3,1,3,1,3,1,3,3)

ECOLE 3 (8h.00, 50 min, 14h.30)

Vecteur d'utilisation : 9 16 14 15 17 5 17 19 14 14 19 15 5 13 18 11 2 1

Minimum d'autobus: 19 Borne duale: 19 Proximité de la borne
Position des parcours 20 à 25: (1,1,1,1,1,1)

ECOLE 4 (8h.50, 60 min, 15h.30)

Vecteur d'utilisation : 9 16 14 16 17 11 18 11 14 14 19 15 5 13 18 11 2 1

Minimum d'autobus: 19 Borne duale: 19 Proximité de la borne #### Changement ####
Position des parcours 26 à 33: (3,3,3,3,3,3,3,3)

Tableau 4.4.2: Problème PARCOURS pour les écoles 1,2,3,4,5,6 (suite)

ECOLE 5 (8h.20, 50 min, 14h.50)

Vecteur d'utilisation : 9 16 14 16 17 11 18 11 14 14 18 15 6 13 18 11 2 1

Minimum d'autobus: 18 Borne duale: 17 Solution optimale #### Changement ####
Position des parcours 34 à 37: (2,1,1,1)

ECOLE 6 (8h.50, 50 min, 15h.20)

Vecteur d'utilisation : 9 16 14 16 18 12 17 10 14 14 18 15 6 13 18 11 2 1

Minimum d'autobus: 18 Borne duale: 14 Solution sous-optimale #### Changement ####
Position des parcours 38 à 48: (1,1,1,1,1,1,1,1,1,6,1)

ECOLE 1 (8h.20, 50 min, 14h.50)

Vecteur d'utilisation : 10 18 18 16 11 12 17 10 14 14 18 15 6 13 18 11 2 1

Minimum d'autobus: 18 Borne duale: 14 Solution sous-optimale #### Changement ####
Position des parcours 1 à 11: (1,1,1,1,3,3,3,3,3,3,3)

ECOLE 2 (8h.00, 50 min, 14h.30)

Vecteur d'utilisation : 10 18 18 16 11 12 17 10 14 14 18 15 6 13 18 11 2 1

Minimum d'autobus: 18 Borne duale: 18 Proximité de la borne
Position des parcours 12 à 19: (3,1,3,1,3,1,3,3)

Tableau 4.4.2: Problème PARCOURS pour les écoles 1,2,3,4,5,6 (suite)

ECOLE 3 (8h.00, 50 min, 14h.30)

Vecteur d'utilisation : 10 18 18 16 11 12 17 10 14 14 18 15 6 13 18 11 2 1

Minimum d'autobus: 18 Borne duale: 16 Solution optimale
Position des parcours 20 à 25: (1,1,1,1,1,1)

ECOLE 4 (8h.50, 60 min, 15h.30)

Vecteur d'utilisation : 10 18 18 16 11 12 17 10 14 14 18 15 6 13 18 11 2 1

Minimum d'autobus: 18 Borne duale: 16 Solution optimale
Position des parcours 26 à 33: (3,3,3,3,3,3,3,3)

ECOLE 5 (8h.20, 50 min, 14h.50)

Vecteur d'utilisation : 10 18 18 16 11 12 17 10 14 14 18 15 6 13 18 11 2 1

Minimum d'autobus: 18 Borne duale: 17 Solution optimale
Position des parcours 34 à 37: (1,1,1,2)

ECOLE 6 (8h.50, 50 min, 15h.20)

Vecteur d'utilisation : 10 18 18 16 11 12 17 10 14 14 18 15 6 13 18 11 2 1

Minimum d'autobus: 18 Borne duale: 15 Solution optimale
Position des parcours 38 à 48: (1,1,1,1,1,1,1,1,1,6,1)

Tableau 4.4.3: Problème ECOLES pour les écoles 1,2,3,4,5,6

SOLUTION INITIALE

Vecteur d'utilisation : 10 18 18 16 11 12 17 10 14 14 18 15 6 13 18 11 2 1

EC	MATIN	MIDI	SOIR																	
1	8h.20	50	14h.50	1	3	7	11	4												
2	8h.00	50	14h.30	8	8	3						11	11	3	1					
3	8h.00	50	14h.30	1	6	6						8	8	3						
4	8h.50	60	15h.30				1	1	7	8		6	6	1						
5	8h.20	50	14h.50		1	2	4	4								8	7	1	1	
6	8h.50	50	15h.20					2	5	9	10			3	4	3	1			
																	11	10	4	1

SOLUTION FINALE

Vecteur d'utilisation : 10 17 17 12 13 14 14 15 14 14 15 11 11 12 5 14 11 4 1

EC	MATIN	MIDI	SOIR																	
1	8h.20	50	14h.50	1	3	7	11	4												
2	8h.00	50	14h.30	8	8	3						11	11	3	1					
3	8h.00	50	14h.30	1	6	6						8	8	3						
4	8h.30	60	15h.10			1	1	7	8			6	6	1						
5	8h.50	50	15h.20					1	2	4	4					8	7	1	1	
6	8h.50	70	15h.40					1	4	10	11					4	4	2	1	
																		11	10	4	1

Minimum d'autobus: 17 Borne duale: 0 Solution sous-optimale ***** Changement ****

Tableau 4.4.4: Problème PARCOURS pour les écoles 1,2,3,4,5,6

ECOLE 1 (8h.20, 50 min, 14h.50)

Vecteur d'utilisation : 9 16 16 12 16 14 14 15 14 14 15 11 11 12 5 14 11 4 1

Minimum d'autobus: 16 Borne duale: 15 Solution sous-optimale #### Changement ####
Position des parcours 1 à 11: (1,1,1,1,1,3,1,1,3,3,3)

ECOLE 2 (8h.00, 50 min, 14h.30)

Vecteur d'utilisation : 9 16 16 12 16 14 14 15 14 14 15 11 11 12 5 14 11 4 1

Minimum d'autobus: 16 Borne duale: 16 Proximité de la borne
Position des parcours 12 à 19: (3,1,3,1,3,1,3,3)

ECOLE 3 (8h.00, 50 min, 14h.30)

Vecteur d'utilisation : 9 16 16 12 16 14 14 15 14 14 15 11 11 12 5 14 11 4 1

Minimum d'autobus: 16 Borne duale: 14 Solution optimale
Position des parcours 20 à 25: (1,1,1,1,1,1)

ECOLE 4 (8h.30, 60 min, 15h.10)

Vecteur d'utilisation : 9 16 16 12 16 14 14 15 14 14 15 11 11 12 5 14 11 4 1

Minimum d'autobus: 16 Borne duale: 16 Proximité de la borne
Position des parcours 26 à 33: (1,1,1,1,1,1,1,1)

Tableau 4.4.4: Problème PARCOURS pour les écoles 1,2,3,4,5,6 (suite)

ECOLE 5 (8h.50, 50 min, 15h.20)

Vecteur d'utilisation : 9 16 16 12 16 14 14 15 14 14 15 11 11 12 5 14 11 4 1

Minimum d'autobus: 16 Borne duale: 16 Proximité de la borne
Position des parcours 34 à 37: (1,1,1,1)

ECOLE 6 (8h.50, 70 min, 15h.40)

Vecteur d'utilisation : 9 16 16 12 16 14 14 15 14 14 15 11 11 12 5 14 11 4 1

Minimum d'autobus: 16 Borne duale: 16 Proximité de la borne
Position des parcours 38 à 48: (1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)

Tableau 4.4.5: Problème ECOLES pour les écoles 1,2,3,4,5,6

SOLUTION INITIALE

Vecteur d'utilisation : 9 16 16 12 16 14 14 15 14 14 15 11 11 12 5 14 11 4 1

EC	MATIN	MIDI	SOIR																	
1	8h.20	50	14h.50			2	6	11	7											
2	8h.00	50	14h.30	8	8	3							11	11	3	1				
3	8h.00	50	14h.30	1	6	6							8	8	3					
4	8h.30	60	15h.10			1	1	7	8				6	6	1					
5	8h.50	50	15h.20						1	2	4	4				8	7	1	1	
6	8h.50	70	15h.40						1	4	10	11					4	4	2	1
																			11	10	4	1

SOLUTION FINALE

Vecteur d'utilisation : 9 16 16 12 16 14 14 15 14 14 15 11 11 12 5 14 11 4 1

EC	MATIN	MIDI	SOIR																	
1	8h.20	50	14h.50			2	6	11	7											
2	8h.00	50	14h.30	8	8	3							11	11	3	1				
3	8h.00	50	14h.30	1	6	6							8	8	3					
4	8h.30	60	15h.10				1	1	7	8			6	6	1					
5	8h.50	50	15h.20						1	2	4	4				8	7	1	1	
6	8h.50	70	15h.40						1	4	10	11					4	4	2	1
																			11	10	4	1

Minimum d'autobus: 16 Borne duale: 1 Maximum d'itérations(3)

4.3 Circuits d'autobus

En plus des horaires d'écoles, l'algorithme de détermination des bons horaires fixe les parcours dans le temps. Le tableau 4.5 indique les heures de départ au plus tôt (DEPART) et d'arrivée au plus tard (ARRIV) de ceux-ci, pour le matin et l'après-midi. A titre d'information supplémentaire pour la construction du graphe des successeurs (le matin) et du graphe des prédécesseurs (l'après-midi), nous incluons la flexibilité de chaque parcours (FLEX(p) = NBPER(p) * 10 - DUREE(p)).

Puisque toutes les écoles sont voisines dans notre exemple, q sera successeur de p (le matin) <=>

1) DEST(q) ≠ DEST(p)

2) ARRTOT(p) + DIST(q, DEST(p)) ≤ DEPTAR(q)

Cette deuxième condition s'exprime aussi, en fonction des notations introduites au tableau 4.5, par
ARRIV(p) - FLEX(p) + DIST(q, DEST(p)) ≤ DEPART(q) + FLEX(q).

Avec les valeurs des distances (en minutes) entre les parcours et les écoles (tableau 4.3), nous calculons par exemple que le parcours 29 est un successeur du parcours 11 le matin puisque la relation précédente est vérifiée:

Tableau 4.5: Position des parcours dans le temps
(avant la confection des circuits)

		MATIN		APRES-MIDI		
NO	DUREE	DEPART	ARRIV	DEPART	ARRIV	FLEX
1	32	7h.30	8h.10	15h.00	15h.40	8
2	22	7h.40	8h.10	15h.00	15h.30	8
3	18	7h.50	8h.10	15h.00	15h.20	2
4	18	7h.50	8h.10	15h.00	15h.20	2
5	20	7h.50	8h.10	15h.00	15h.20	0
6	23	7h.30	8h.00	15h.00	15h.30	7
7	16	7h.50	8h.10	15h.00	15h.20	4
8	16	7h.50	8h.10	15h.00	15h.20	4
9	15	7h.40	8h.00	15h.00	15h.20	5
10	15	7h.40	8h.00	15h.00	15h.20	5
11	13	7h.40	8h.00	15h.00	15h.20	7
12	13	7h.20	7h.40	14h.40	15h.00	7
13	23	7h.20	7h.50	14h.40	15h.10	7
14	15	7h.20	7h.40	14h.40	15h.00	5
15	21	7h.20	7h.50	14h.40	15h.10	9
16	16	7h.20	7h.40	14h.40	15h.00	4
17	26	7h.20	7h.50	14h.40	15h.10	4
18	16	7h.20	7h.40	14h.40	15h.00	4
19	17	7h.20	7h.40	14h.40	15h.00	3
20	20	7h.30	7h.50	14h.40	15h.00	0
21	15	7h.30	7h.50	14h.40	15h.00	5
22	11	7h.30	7h.50	14h.40	15h.00	9
23	18	7h.30	7h.50	14h.40	15h.00	2
24	16	7h.30	7h.50	14h.40	15h.00	4
25	26	7h.20	7h.50	14h.40	15h.10	4
26	33	7h.40	8h.20	15h.20	16h.00	7
27	16	8h.00	8h.20	15h.20	15h.40	[illegible]
28	20	8h.00	8h.20	15h.20	15h.40	0
29	13	8h.00	8h.20	15h.20	15h.40	7
30	20	8h.00	8h.20	15h.20	15h.40	0
31	11	8h.00	8h.20	15h.20	15h.40	9
32	8	8h.10	8h.20	15h.20	15h.30	2
33	16	8h.00	8h.20	15h.20	15h.40	4
34	18	8h.20	8h.40	15h.30	15h.50	2
35	22	8h.10	8h.40	15h.30	16h.00	8
36	33	8h.00	8h.40	15h.30	16h.10	7
37	15	8h.20	8h.40	15h.30	15h.50	5
38	32	8h.00	8h.40	15h.50	16h.30	8
39	18	8h.20	8h.40	15h.50	16h.10	2
40	30	8h.10	8h.40	15h.50	16h.20	0
41	21	8h.10	8h.40	15h.50	16h.20	9
42	20	8h.20	8h.40	15h.50	16h.10	0
43	16	8h.20	8h.40	15h.50	16h.10	4
44	11	8h.20	8h.40	15h.50	16h.10	9
45	14	8h.20	8h.40	15h.50	16h.10	6
46	17	8h.20	8h.40	15h.50	16h.10	3
47	10	8h.30	8h.40	15h.50	16h.00	0
48	22	8h.10	8h.40	15h.50	16h.20	8

8h.00 - .07 + .09 < 8h.00 + .07

Nous examinerons en détail la confection des circuits d'autobus du matin. Le tableau 4.6.1 représente le graphe orienté acyclique des successeurs.

L'algorithme de confection des circuits reculant dans le temps le matin, des autobus sont initialement affectés à tous les parcours sans successeur du graphe, soit aux parcours 34 à 48 (15 autobus). Eliminant tous ces parcours du graphe, nous obtenons la partie B du tableau 4.6.2, c'est-à-dire le premier graphe réduit. Pour les 15 autobus sortis du garage, la partie A indique le numéro d'autobus, et pour chacun, le dernier parcours, l'heure à laquelle l'autobus devient disponible pour être affecté à un autre parcours et finalement les écoles admissibles.

Le premier graphe réduit des successeurs (tableau 4.6.2, partie B) provoque un premier problème de transport entre, d'une part les autobus libres et le garage, et d'autre part les parcours sans successeur (3 à 5, 26 à 33) et le noeud bidon. On retrouvera l'énoncé de ce problème de transport au paragraphe 3.2.2 du chapitre précédent. Ce premier problème de transport (tableau 4.6.2, partie C) comprenant 12 disponibilités et 12 demandes nécessite la sortie supplémentaire d'un autobus au coût A (1000 dans notre

programmation) pour le parcours 30, tandis que le parcours 41 (autobus 8) devient disponible pour les périodes ultérieures. Les liens choisis sont notés par une astérique (*).

La partie D du tableau 4.6.2 cumule de nouveau les résultats concernant chaque autobus. Le second graphe réduit des successeurs (partie E) provoque un second problème de transport où les parcours 1, 2, 6 à 11, 17, 20 et 23 correspondent à la demande. Ce deuxième problème de transport (partie F), à 14 disponibilités et 12 demandes nécessite une fois de plus la sortie supplémentaire d'un autobus (parcours 8), tandis que les autobus 14 (parcours 27), 5 (parcours 38) et 9 (parcours 4) ne sont pas réutilisés.

Tous les parcours du troisième et dernier graphe réduit (partie H) apparaissent dans le troisième et dernier problème de transport (partie I). Un dix-huitième autobus est sorti pour le parcours 18. Le tableau 4.6.3 nous montre les résultats de l'algorithme de confection des circuits, pour le matin. Ce tableau donne le numéro d'autobus (BUS), le nombre total de minutes d'utilisation de chaque autobus (UTILISATION), réparties en minutes de parcours (PARC), d'inter-parcours (INTER) et de non-utilisation (ARRET). Il fournit de plus l'ordre et l'heure où seront effectués

chaque parcours, ainsi que le temps d'attente des écoliers avant le début des cours. On remarquera que l'autobus 18 (pour le parcours 18) et l'autobus 14 (pour le parcours 16) parviennent exactement dix minutes avant le début des cours, ce qui contredit les données initiales du tableau 4.5. En effet, ces deux parcours, d'après leurs positions dans le temps, devaient parvenir au plus tôt vingt minutes avant le début des cours; notre algorithme de confection des circuits les a fait sortir le plus rapidement possible, réduisant ainsi le temps d'attente des écoliers.

Du temps d'utilisation total (1154 minutes), 77.7% est utilisé en durée de parcours (897 minutes), 15.9% est utilisé en inter-parcours (183 minutes) et seulement 6.4% n'est pas utilisé. Le temps moyen d'attente des écoliers avant le début des cours est de 12.7 minutes, c'est-à-dire 2.7 minutes de plus que le temps minimum obligatoire de dix minutes.

Nous ne donnons pas tous les détails de la confection des parcours de l'après-midi, mais seulement le graphe des prédécesseurs (tableau 4.7.1) et le tableau final des circuits (tableau 4.7.2). Il y aura quatre problèmes de transport puisqu'il existe dans ce graphe des chaînes comprenant cinq parcours, par exemple

12 --> 11 --> 32 --> 35 --> 48.

Ayant 11 périodes de transport l'après-midi par rapport à seulement 8 le matin, il est compréhensible de trouver un nombre inférieur d'autobus (17) pour transporter tous les écoliers. On remarquera la plus grande utilisation de l'inter-parcours (25.8%) et le faible temps moyen d'attente des écoliers (11.6 minutes).

A titre d'information, l'algorithme qui procède période par période trouve les mêmes résultats en ce qui concerne le nombre d'autobus (18 le matin et 17 l'après-midi), mais l'inter-parcours, l'inutilisation des autobus et le temps d'attente des écoliers sont légèrement supérieurs (tableau 4.8).

Tableau 4.8: Confection des circuits, période par période

	NBBUS	UTILISATION	PARC	INTER	ARRET	ATT
AM	18	1161	897 (77.3%)	189 (16.3%)	75 (6.4%)	618 (12.9)
PM	17	1319	897 (68.0%)	340 (25.8%)	82 (6.2%)	555 (11.6)

Tableau 4.6.1: Graphe des Successeurs

PARCOURS	SUCCESSEURS
1,2	31-35,37,39,41-48
3,4	34,35,37,39,41-47
5	34,37,39,41-47
6,11	27,29-37,39-48
7,8	32,34,35,37,39,41-47
9,10	29,31-37,39-48
12	2-5,7-11,27-48
13	4,7,8,27-48
14,16,18,19	3-5,7-11,27-48
15	3,4,7,8,11,27-48
17	27-48
20	4,27-29,31-48
22	2,5,7,8,27-48
23	3,4,27-48
26,27,29,31,33	34,37,43,47
28,30	44,45,47
32	37,43-45,47
34-48	-----

Tableau 4.6.2: Confection détaillée des circuits du matin

A: Sortie de 15 autobus pour les parcours sans successeur du graphe initial

AUTOBUS	DERNIER	HBUSVIDE	ECADMIS
1	34	8h.22	1,2,3,4,6
2	35	8h.18	1,2,3,4,6
3	36	8h.07	1,2,3,4,6
4	37	8h.25	1,2,3,4,6
5	38	8h.08	1,2,3,4,5
6	39	8h.22	1,2,3,4,5
7	40	8h.10	1,2,3,4,5
8	41	8h.19	1,2,3,4,5
9	42	8h.20	1,2,3,4,5
10	43	8h.24	1,2,3,4,5
11	44	8h.29	1,2,3,4,5
12	45	8h.26	1,2,3,4,5
13	46	8h.23	1,2,3,4,5
14	47	8h.30	1,2,3,4,5
15	48	8h.18	1,2,3,4,5

B: Graphe réduit(I) des Successeurs

PARCOURS	SUCCESSEURS
1,2	31-33
6,11	27,29-33
7,8	32
9,10	29,31-33
12	2-5,7-11,27-33
13	4,7,8,27-33
14,16,18,19	3-5,7-11,27-33
15	3,4,7,8,11,27-33
17	27-33
20	4,27-29,31-33
21,24,25	3-5,7,27-33
22	2,5,7,8,27-33
23	3,4,27-33
3-5,26-33	-----

Tableau 4.6.2: Confection détaillée des circuits du matin(suite)

C: Problème de Transport(I)

	3	4	5	26	27	28	29	30	31	32	33	0	DISP
34	1	1	1	6	6	-	6	-	6	-	6*	0	1
35	9*	9	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0	1
37	12	12	12	6	6	-	6*	-	6	6	6	0	1
39	9	9	9*	-	-	-	-	-	-	-	-	0	1
41	9	9	9	-	-	-	-	-	-	-	-	0*	1
42	8	8*	8	-	-	-	-	-	-	-	-	0	1
43	4	4	4	6	6	-	6	-	6	6*	6	0	1
44	3	3	3	3	3	3*	3	3	3	3	3	0	1
45	6	6	6	1*	1	1	1	1	1	1	1	0	1
46	12	12	12	6	6	-	6	-	6*	-	6	0	1
47	6	6	6	2	2*	2	2	2	2	2	2	0	1
0	A	A	A	A	A	A	A	A*	A	A	A	0(*10)	11
DEM	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	11	1056

D: Mise à Jour des résultats concernant les autobus

AUTOBUS	DERNIER	HBUSVIDE	ECADMIS
1	33	8h.00	1,2,3,6
2	3	7h.51	2,3,4,6
3	36	8h.07	1,2,3,4,6
4	29	8h.06	1,2,3,6
5	38	8h.08	1,2,3,4,5
6	5	7h.50	2,3,4,5
7	40	8h.10	1,2,3,4,5
8	41	8h.19	1,2,3,4,5
9	4	7h.52	2,3,4,5
10	32	8h.10	1,2,3,5
11	28	8h.00	1,2,3,5
12	26	7h.47	1,2,3,5
13	31	8h.06	1,2,3,5
14	27	8h.04	1,2,3,5
15	48	8h.18	1,2,3,4,5
16	30	8h.00	1,2,3,5,6

Tableau 4.6.2: Confection détaillée des circuits du matin(suite)

E: Graphe réduit(II) des Successeurs

PARCOURS	SUCCESSEURS
12	2,7-11
13	7,8
14,16,18,19	7-11
15	7,8,11
21,24,25	7
22	2,7,8
1,2,6-11	-----
17,20,23	-----

F: Problème de Transport(II)

	1	2	6	7	8	9	10	11	17	20	23	0	DISP
41	9	9	9	9*	9	9	9	9	6	10	10	0	1
32	5*	5	5	-	-	5	5	5	3	6	6	0	1
48	14	14*	14	-	-	14	14	14	17	26	26	0	1
33	-	-	2*	-	-	2	2	2	3	-	11	0	1
36	-	-	9	-	-	9	9*	9	11	-	18	0	1
29	-	-	9	-	-	9	9	9	6*	10	10	0	1
40	-	-	10	-	-	10	10	10	8	2*	2	0	1
31	-	-	6	-	-	6*	6	6	6	13	13	0	1
27	-	-	11	-	-	-	-	11	9	3	3	0*	1
30	-	-	6	-	-	-	-	6*	6	-	12	0	1
38	-	-	-	-	-	-	-	-	16	9	9	0*	1
28	-	-	-	-	-	-	-	-	8	2	2*	0	1
4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2	2	0*	1
0	A	A	A	A	A*	A	A	A	A	A	A	0(*10)	11
DEM	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	13	1061

Tableau 4.6.2: Confection détaillée des circuits du matin(suite)

G: Mise à jour des résultats concernant les autobus

AUTOBUS	DERNIER	HBUSVIDE	ECADMIS
1	6	7h.35	2,3,6
2	3	7h.51	2,3,4,6
3	10	7h.43	2,3,4,6
4	17	7h.24	1,3,6
5	38	8h.08	1,2,3,4,5
6	5	7h.50	2,3,4,5
7	20	7h.30	1,2,4,5
8	7	7h.54	2,3,4,5
9	4	7h.52	2,3,4,5
10	1	7h.33	2,3,5
11	23	7h.32	1,2,5
12	26	7h.47	1,2,3,5
13	13	7h.45	1,3,5
14	27	8h.04	1,2,3,5
15	2	7h.42	2,3,4,5
16	11	7h.41	2,3,5,6
17	8	7h.41	2,3,4,5,6

H: Graphe réduit(III) des Successeurs

PARCOURS	SUCCESSEURS
12-16,18,19	-----
21,22,24,25	-----

Tableau 4.6.2: Confection détaillée des circuits du matin(suite)

I: Problème de Transport(III)

	12	13	14	15	16	18	19	21	22	24	25	0	DISP
3	11	-	11	-	11	11	11	4	4	4*	4	0	1
10	6	-	6	-	6	6	6*	-	-	-	-	0	1
38	16	16	16	16	16	16	16	9	9	9	9*	0	1
5	10	-	10	-	10	10	10	3	3*	3	3	0	1
7	11	11	11	11*	11	11	11	8	8	8	8	0	1
4	9	9	9	9	9	9	9	2*	2	2	2	0	1
9	8	-	8*	-	8	8	8	-	-	-	-	0	1
27	9	9	9	9	9*	9	9	3	3	3	3	0	1
11	5*	-	5	-	5	5	-	-	-	-	-	0	1
8	9	9*	9	9	9	9	9	-	10	-	-	0	1
0	A	A	A	A	A	A*	A	A	A	A	A	0(*10)	11
DEM	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10	1066

Tableau 4.6.3: Circuits d'autobus du matin

BUS	UTILISATION	PARC	INTER	ARRET	PARCOURS	TEMPS	ATT
1	65	57	8	0	6	7h.35-7h.58	22
					33	8h.00-8h.16	14
					34	8h.22-8h.40	10
2	69	56	13	0	24	7h.31-7h.47	13
					3	7h.51-8h.09	11
					35	8h.18-8h.40	10
3	80	65	15	0	19	7h.20-7h.37	23
					10	7h.43-7h.58	22
					36	8h.07-8h.40	10
4	76	54	12	0	17	7h.24-7h.50	10
					29	8h.06-8h.19	11
					37	8h.25-8h.40	10
5	76	58	9	9	25	7h.24-7h.50	10
					38	8h.08-8h.40	10
6	64	49	12	3	22	7h.36-7h.47	13
					5	7h.50-8h.10	10
					39	8h.22-8h.40	10
7	70	50	2	18	20	7h.30-7h.50	10
					40	8h.10-8h.40	10
8	78	58	20	0	15	7h.22-7h.43	17
					7	7h.54-8h.10	10
					41	8h.19-8h.40	10
9	65	53	10	2	21	7h.35-7h.50	10
					4	7h.52-8h.10	10
					42	8h.20-8h.40	10
10	67	56	11	0	1	7h.33-8h.05	15
					32	8h.10-8h.18	12
					43	8h.24-8h.40	10
11	68	49	5	14	23	7h.32-7h.50	10
					28	8h.00-8h.20	10
					44	8h.29-8h.40	10
12	53	47	1	5	26	7h.47-8h.20	10
					45	8h.26-8h.40	10

Tableau 4.6.3: Circuits d'autobus du matin (suite)

BUS	UTILISATION	PARC	INTER	ARRET	PARCOURS	TEMPS	ATT
13	78	58	20	0	14	7h.22-7h.37	23
					9	7h.45-8h.00	20
					31	8h.06-8h.17	13
					46	8h.23-8h.40	10
14	66	42	11	13	16	7h.34-7h.50	10
					27	8h.04-8h.20	10
					47	8h.30-8h.40	10
15	58	44	14	0	2	7h.42-8h.04	16
					48	8h.18-8h.40	10
16	57	46	11	0	12	7h.23-7h.36	24
					11	7h.41-7h.54	26
					30	8h.00-8h.20	10
17	48	39	9	0	13	7h.22-7h.45	15
					8	7h.54-8h.10	10
18	16	16	0	0	18	7h.34-7h.50	10
TOTAL:	1154	897	183	74			610
POURCENTAGE:		77.7	15.9	6.4		MOYENNE:	12.7
						ECART-TYPE:	4.6

Tableau 4.7.1: Graphe des Prédécesseurs

PARCOURS	PREDECESSEURS
1,2	12,14,16,18,19,22-24
3,4	12,14,24
5	12
6,11	12,14,16,18,19,23,24
7-10	12,14,16,18,23,24
12-25	-----
26,29	8-25
27,33	11-25
28,30,32	11-20,21-25
31	7-25
34	3-5,6-25,32
35,36	3-25,29,31,32
37	3-25,31,32
38,45,48	2-25,27,29-35
39	2-25,29,31-33
40,42,47	2-25,31-33
41,44	1-25,27,29-35
43	2-25,27,29,31-33,35
46	2-25,29,31-33,35

Tableau 4.7.2: Circuits d'autobus de l'après-midi

BUS	UTILISATION	PARC	INTER	ARRET	PARCOURS	TEMPS	ATT
1	65	48	14	3	12	14h.40-14h.53	10
					5	15h.00-15h.20	10
					37	15h.30-15h.45	10
2	87	54	28	5	13	14h.40-15h.03	10
					30	15h.20-15h.40	10
					44	15h.56-16h.07	16
3	90	53	26	11	14	14h.40-14h.55	10
					4	15h.01-15h.19	11
					42	15h.50-16h.10	10
4	88	51	26	11	15	14h.40-15h.01	10
					27	15h.20-15h.36	10
					45	15h.54-16h.08	14
5	88	56	32	0	16	14h.40-14h.56	10
					6	15h.04-15h.27	14
					46	15h.51-16h.08	11
6	97	73	23	1	17	14h.40-15h.06	10
					32	15h.20-15h.28	10
					34	15h.30-15h.48	10
					41	15h.56-16h.17	16
7	83	65	13	5	18	14h.40-14h.56	10
					7	15h.04-15h.20	14
					36	15h.30-16h.03	10
8	99	65	34	0	19	14h.40-14h.57	10
					11	15h.06-15h.19	16
					29	15h.25-15h.38	15
					48	15h.57-16h.19	17
9	20	20	0	0	20	14h.40-15h.00	10
10	88	49	30	9	21	14h.40-14h.55	10
					33	15h.20-15h.36	10
					39	15h.50-16h.08	10
11	60	43	17	0	22	14h.40-14h.51	10
					1	15h.08-15h.40	18
12	80	50	27	3	23	14h.40-14h.58	10
					2	15h.03-15h.25	13
					47	15h.50-16h.00	10

Tableau 4.7.2: Circuits d'autobus de l'après-midi (suite)

BUS	UTILISATION	PARC	INTER	ARRET	PARCOURS	TEMPS	ATT
13	100	64	25	11	24	14h.40-14h.56	10
					3	15h.01-15h.19	11
					40	15h.50-16h.20	10
14	60	46	1	13	25	14h.40-15h.06	10
					28	15h.20-15h.40	10
15	70	43	27	0	8	15h.00-15h.16	10
					31	15h.26-15h.37	16
					43	15h.54-16h.10	14
16	85	69	5	11	9	15h.00-15h.15	10
					35	15h.30-15h.52	10
					38	15h.53-16h.25	13
17	59	48	11	0	10	15h.00-15h.15	10
					26	15h.26-15h.59	16
TOTAL:	1319	897	339	83			555
POURCENTAGE:		68.0	25.8	6.2		MOYENNE:	11.6
						ECART-TYPE:	2.4

4.4 Stratégies

Nous avons longuement tenté diverses perturbations pour modifier et améliorer la solution. Malheureusement, aucune ne nous a donné de résultats significatifs.

La première tentative fut de déplacer au plus tôt ou au plus tard le maximum de parcours se recoupant dans le temps. Dans le premier cas, nous voulions sortir les autobus le plus rapidement dans le temps, en espérant que ce nombre soit suffisant pour couvrir tous les parcours suivants. Dans le second cas, nous espérions qu'il ne soit pas nécessaire d'atteindre la borne fournie par le problème 0-1 puisqu'on récupère lors de la confection des circuits plusieurs minutes de flexibilité sur les parcours.

La seconde perturbation, et de loin la plus importante, consiste en une méthode de pénalités sur les périodes. Lors de la confection des circuits, nous déterminions les périodes où le nombre d'autobus requis était supérieur aux valeurs du vecteur d'utilisation. Nous avons programmé le modèle pour pénaliser sur les problèmes PARCOURS, ou encore uniquement sur les problèmes ECOLES, ou sur les deux à la fois. D'une itération à l'autre, nous avons aussi tenté diverses pondérations des pénalités. Nous ne développerons pas d'avantage ces aspects puisqu'aucun ne nous apporte la

satisfaction voulue.

4.5 Analyse de sensibilité

Pour notre exemple, nous avons appliqué l'algorithme sur divers cadres de transport, le matin et l'après-midi, ainsi que sur divers cadres de début des cours pour le matin. Nous n'avons jamais modifié les temps minimum et maximum de la période du dîner (50 minutes - 90 minutes) pour conserver suffisamment de flexibilité dans le choix des horaires.

4.5.1 Horaires fixes

Lorsque toutes les écoles débutent à 8h.30 et ont 90 minutes pour la période du dîner (avec le cadre de transport: [7h.20 - 16h.30]), l'algorithme n'utilisera que la partie du problème PARCOURS pour modifier les positions des parcours dans le temps. Le nombre de parcours à effectuer simultanément, obtenu par les problèmes 0-1, est de 31 à la fois pour le matin et l'après-midi. Le nombre d'autobus nécessaire pour effectuer les 48 parcours est de 34 dans les deux cas (Tableau 4.9).

Tableau 4.9: Confection des circuits avec horaires fixes

Cadre de transport: [7h.20-16h.30]

SOLUTION INITIALE

Vecteur d'utilisation: 4 14 46 48 48 46 14 4

EC	MATIN	MIDI	SOIR								
1	8h.30	90	15h.40	1	3	11	11	11	11	3	1
2	8h.30	90	15h.40		3	8	8	8	8	3	
3	8h.30	90	15h.40		1	6	6	6	6	1	
4	8h.30	90	15h.40	1	1	7	8	8	7	1	1
5	8h.30	90	15h.40	1	2	4	4	4	4	2	1
6	8h.30	90	15h.40	1	4	10	11	11	10	4	1

SOLUTION FINALE

Vecteur d'utilisation: 19 31 31 31 31 31 31 19

EC	MATIN	MIDI	SOIR								
1	8h.30	90	15h.40	5	9	7	5	3	5	11	7
2	8h.30	90	15h.40	5	8	3	3	3	3	8	5
3	8h.30	90	15h.40	4	5	2	2	2	2	5	4
4	8h.30	90	15h.40	3	3	5	6	8	7	1	1
5	8h.30	90	15h.40	1	2	4	4	4	4	2	1
6	8h.30	90	15h.40	1	4	10	11	11	10	4	1

RESUME

	NBBUS	UTILISATION	PARC	INTER	ARRET	ATT
AM	34	946	897 (94.8%)	49 (5.2%)	0	750 (15.6)
PM	34	957	897 (93.7%)	60 (6.3%)	0	750 (15.6)

On remarquera que les temps d'attente des écoliers (15.6 minutes le matin et l'après-midi)) est relativement beaucoup plus élevé que ceux obtenus avec les horaires variables, malgré l'utilisation de 16 et 17 autobus supplémentaires.

4.5.2 Variation des cadres horaires

Le tableau 4.10 donne les résultats lors de la variation des cadres horaires de transport et des cadres horaires de début des cours. Pour chaque couple, nous indiquons le nombre journalier d'autobus requis lors de la confection des circuits suivi de l'estimateur "ESTROULE" obtenu par l'algorithme de détermination des bons horaires.

L'estimateur du nombre minimum d'autobus diminue de manière consistante à mesure que nous augmentons la flexibilité. Ce n'est pas toujours le cas pour le nombre d'autobus après la confection des circuits. Les valeurs marquées d'une astérique (*) illustrent ce fait.

Il faut comprendre que cette inconsistance résulte de l'utilisation d'une méthode heuristique de résolution, mais qu'elle peut facilement s'éliminer en constatant que la solution obtenue pour des cadres horaires plus restrictifs est valide pour des cadres horaires élargis.

Tableau 4.10: Variation des cadres horaires (écoles toutes voisines)

TRANSPORT	DEBUT DES COURS				
	8h.00-8h.30	8h.00-8h.40	8h.00-8h.50	8h.00-9h.00	8h.00-9h.10
7h.20-16h.30	24/21	22/18	18/16*	21/15	21/14
7h.10-16h.30	22/19	21/18	19/15	19/15	23/15*
7h.00-16h.30	23/19*	21/18	17/15	17/15	17/15
7h.00-17h.00	23/19	21/18	17/14	17/14	16/13

nombre journalier d'autobus/estimateur ESTROULE

Les deux premiers résultats pour le transport entre 7h.00 et 17h.00 sont identiques à ceux du transport entre 7h.00 et 16h.30 puisque la demie-heure supplémentaire est inutilisable et que la réduction des cadres horaires l'élimine automatiquement.

On peut souligner que pour l'ensemble des exemples, la proportion des problèmes PARCOURS dont la solution est optimale de manière certaine (sortie de l'algorithme de Ferland et Florian sur optimalité ou atteinte de la borne duale) est d'environ 70%. Nous ne faisons pas intervenir dans ce calcul les solutions des problèmes ECOLES dont la sortie n'est jamais l'un des deux cas précédents.

4.5.3 Groupes d'écoles

La conception de notre algorithme permet la contrainte spéciale du même horaire pour des groupes d'écoles. Tous les résultats de la section 4.5.2 ont d'ailleurs été obtenus avec des groupes d'une seule école, tandis que les résultats de la section 4.5.1 ont été obtenus avec un seul groupe de six écoles. Les tableaux 4.11 et 4.12 illustrent certains résultats.

Il faut noter que la première partie de l'algorithme de

Tableau 4.11: Horaires d'écoles pour les groupes [1,2],3,[4,5],6

Cadre de début des cours: [8h.00-8h.50]
Cadre de transport: [7h.20-16h.30]

SOLUTION INITIALE

Vecteur d'utilisation: 5 19 46 42 6 48 41 13 4

EC	MATIN	MIDI	SOIR								
1	8h.10	50	14h.40	1	3	11	11				
2	8h.10	50	14h.40		3	8	8		11	11	3	1
3	8h.00	50	14h.30	1	6	6			8	8	3	
4	8h.10	50	14h.40	1	1	7	8	6	6	1		
5	8h.10	50	14h.40	1	2	4	4		8	7	1	1
6	8h.10	50	14h.40	1	4	10	11		4	4	2	1
									11	10	4	1

SOLUTION FINALE

Vecteur d'utilisation: 13 16 10 16 17 17 11 12 6 17 11 4 1 12 11 17 17 11 5

EC	MATIN	MIDI	SOIR																
1	8h.30	90	15h.40			5	8	7	6										
2	8h.30	90	15h.40				3	8	8								6	7	8	5
3	9h.00	50	14h.30	6	6	1											8	8	3	
4	8h.50	50	15h.20					1	1	7	8	6	6	1						
5	8h.50	50	15h.20					1	2	4	4				8	7	1	1		
6	8h.10	50	14h.40	7	10	4	5								4	4	2	1		
												11	10	4	1					

Confection des circuits: 20 autobus

Tableau 4.12: Variation des cadres horaires sur des groupes

Cadre de transport: [7h.00-16h.30]

GROUPES	8h.00-8h.30	8h.00-8h.40	8h.00-8h.50	8h.00-9h.00	8h.00-9h.10
1,2,3,4,5,6	23/19	21/18	17/15	17/15	17/15
[1,2],3,[4,5],6	23/21	23/17	20/17	21/15	21/19
[1,3],2,4,[5,6]	22/20	19/17	20/15	19/15	19/17
[1,2,3],[4,5,6]	22/20	22/20	22/20	22/20	22/20

nombre Journalier d'autobus/estimateur ESTROULE

détermination des bons horaires, la réduction des cadres horaires, s'occupe d'obtenir les mêmes contraintes de cadres horaires pour chacune des écoles d'un groupe. (Comparez les parties supérieures des tableaux 4.4.1 et 4.11). De plus, la confection des circuits permet l'agencement de parcours provenant d'écoles du même groupe, dans cet exemple. Pour éliminer ces possibilités, il faut inclure dans le fichier ECOLES la liste des écoles voisines pour chaque école.

4.5.4 Modification du réseau

Nous considérons les résultats cités précédemment comme acceptables. Il est clair que la flexibilité des horaires apporte une réduction non négligeable sur le nombre d'autobus. Notre exemple contient cependant une lacune importante: toutes les écoles sont physiquement proches les unes des autres. Que se passe-t-il si elles se trouvent beaucoup plus dispersées, sur un réseau beaucoup plus grand?

Nous avons arbitrairement modifié le réseau en doublant les durées du tableau 4.3 (Distances Parcours-ECOLES (en minutes)), tout en conservant les mêmes durées pour les parcours.

Il est évident que malgré ces nouvelles contraintes,

notre algorithme choisira toujours les mêmes horaires que précédemment! Le tableau 4.13 des variations des cadres horaires sur le RESEAU2 illustre quelques exemples. On notera la différence très prononcée entre l'estimateur ESTROULE et le nombre réel d'autobus requis pour couvrir tous les parcours.

Puisque les horaires choisis étaient toujours identiques (estimateurs ESTROULE identiques à ceux du tableau 4.10), nous ne pouvons accepter comme valides les résultats de notre algorithme sur de grand réseau. Nous avons élaboré un second algorithme de détermination de bons horaires pour surmonter cette difficulté.

Tableau 4.13: Variation des cadres horaires sur le RESEAU2

TRANSPORT	DEBUT DES COURS					
	8h.00-8h.30	8h.00-8h.40	8h.00-8h.50	8h.00-9h.00	8h.00-9h.10	
7h.20-16h.30	30/21	29/18	25/16	30/15	29/14	
7h.10-16h.30	27/19	28/18	24/15	24/15	31/15	
7h.00-16h.30	27/19	28/18	29/15	29/15	29/15	
7h.00-17h.00	27/19	28/18	23/14	23/14	20/13	

nombre journalier d'autobus/estimateur ESTROULE

V

DETERMINATION DES HORAIRES D'ECOLES LIEE A LA GEOGRAPHIE DU TERRITOIRE

Quoique très intéressant et donnant des résultats particulièrement bons sur l'exemple traité au chapitre IV, l'algorithme précédent ne tient aucunement compte de la géographie du territoire. L'algorithme produit toujours les mêmes horaires (pour des réseaux différents) et il en résulte de facheux contre-temps lors de la confection des circuits d'autobus.

D'où l'utilisation plus adéquate du concept de voisinage d'une école et l'élaboration d'un second algorithme pour palier à cette difficulté majeure.

Défini à la section 1.4.3, le voisinage d'une école est l'ensemble des écoles physiquement accessibles (en fonction de la distance ou du temps) par les autobus desservant l'école considérée ou satisfaisant à certains critères d'organisation (par exemple, les autobus affectés aux parcours de telle école ne peuvent effectuer les parcours de telle autre école). Le voisinage est une relation symétrique mais non transitive et on le note VOIS(k) pour l'école k.

Du point de vue pratique, une école ne possède jamais plus de dix à quinze écoles voisines, et pour faciliter la notation ultérieure, une école n'appartient pas à son voisinage. Cette notation inclut implicitement le fait qu'un autobus ne peut desservir deux parcours de la même école (pour une activité).

Nous élaborons les bases de l'algorithme principalement pour la rentrée du matin. La généralisation s'effectuera sans peine.

5.1 Calcul des disponibilités

Pour un ensemble d'horaires d'écoles

$$H = \{h(i),\ i=1,2,\ldots,K\}$$

et de parcours fixés dans le temps (par leur numéro de position), nous calculons la disponibilité d'une école i vers l'une des écoles voisines J en cherchant la valeur minimale entre

1.- le nombre d'autobus desservant les parcours de l'école i pouvant effectuer les parcours de l'école voisine J

2.- le nombre de parcours de l'école voisine J pouvant être effectués par les autobus desservant les parcours de l'école i.

Un parcours q est accessible par un parcours p (automatiquement disponible) d'une école différente si et seulement si l'heure d'arrivée de p additionnée au temps pour aller du point terminal de p à l'origine de q n'excède pas l'heure de départ de q. On note la relation vraie par p-->q.

A chaque parcours est attribué une variable 0-1 et lorsque la relation p-->q est vérifiée, les variables BOOLPARC(p) et BOOLPARC(q) prennent la valeur 1. La disponibilité de l'école i vers une école voisine J sera alors déterminée par le minimum sur i et J de la somme des variables (figure 5.1 et tableau 5.1). On remarquera que la disponibilité maximale est au plus le minimum de la cardinalité des deux ensembles de parcours, c'est-à-dire

DISPONIBILITE de i vers J $\leq$ MIN(NBPARC(i),NBPARC(J)).

Il est fastidieux de calculer ces disponibilités pour chaque couple d'horaires possibles pour toutes les écoles et leur voisinage. Nous les calculerons uniquement sur les différences relatives non-négatives des heures de début des cours (de fin des cours l'après-midi). Ces différences seront les entiers 0, 1, 2, ..., 6 représentant le nombre de périodes de 10 minutes. Les parcours sont arbitrairement fixés à la position 1, c'est-à-dire qu'ils parviennent dix minutes avant le début des cours à la rentrée du matin.

Notre solution initiale aura ainsi une qualité de service très élevée en ce qui concerne le temps d'attente des écoliers.

On tirera profit lors de ces calculs du fait que si p-->q existe pour une différence d'horaires DIFF, alors p-->q existe aussi pour DIFF+1. Du point de vue notation, la variable de disponibilité possède quatre paramètres: les deux écoles, la différence d'horaires et le matin ou le soir.

DISPO(i,J,h(J)-h(i),AM ou PM)

Le contexte justifiera l'omission des deux derniers paramètres.

Le tableau 5.1 illustre les tableaux de disponibilités pour les écoles du premier exemple du chapitre IV. On notera que les disponobilités ne sont pas nécessairement identiques le matin et le soir, pour la même différence d'horaires.

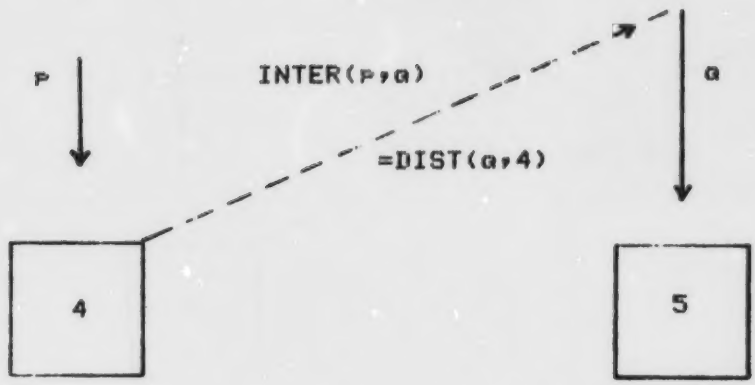
De plus, faisant appel aux relations exprimées aux figures 5.1.1 et 5.1.2, si

DIFF = h(J) - h(i) le matin

= h(i) - h(J) le soir

alors DISPO(i,J,DIFF,AM):= DISPO(J,i,DIFF,PM). On réduira ainsi de moitié le travail pour calculer les tableaux de

Figure 5.1.1: Disponibilité de l'école 4 (8h.30)
vers l'école 5 (8h.50)



$p \dashrightarrow a \iff DUREE(a) + DIST(a,4) - FLEX(p) \leqslant h(5) - h(4)$

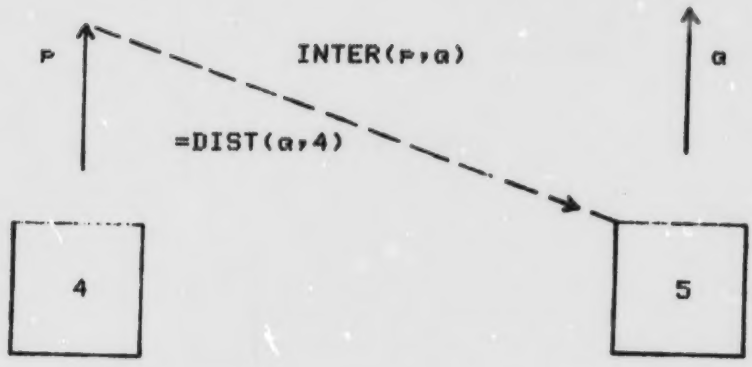
PARCOURS DE L'ECOLE 4

DUREE	FLEX	p
33	7	26
16	4	27
20	0	28
13	7	29
20	0	30
11	9	31
8	2	32
16	4	33

PARCOURS DE L'ECOLE 5

a	DUREE	DIST(a,4)
34	18	6
35	22	11
36	33	9
37	15	6

Figure 5.1.2: Disponibilité de l'école 4 (15h.00) vers l'école 5 (15h.10)



$p \rightarrow a \iff DUREE(p) + DIST(p,5) - FLEX(a) \leq h(5) - h(4)$

PARCOURS DE L'ECOLE 4			PARCOURS DE L'ECOLE 5		
DUREE	DIST(p,5)	p	a	DUREE	FLEX
33	16	26			
16	9	27	34	18	2
20	8	28			
13	4	29	35	22	8
20	3	30	36	33	7
11	3	31			
8	2	32	37	15	5
16	5	33			

Tableau 5.1: Tableaux des disponibilités (AM/PM)

ECOLE 1

VOISINS	DIFFERENCE D'HORAIRES 0	1	2	3	4	5	6
2	0/0	1/1	5/7	8/8	8/8	8/8	8/8
3	0/0	0/0	3/6	5/6	6/6	6/6	6/6
4	0/0	3/1	6/5	7/8	7/8	8/8	8/8
5	0/0	0/1	2/4	3/4	4/4	4/4	4/4
6	0/0	2/0	6/1	9/7	10/10	11/11	11/11

ECOLE 2

VOISINS	DIFFERENCE D'HORAIRES 0	1	2	3	4	5	6
1	0/0	1/1	7/5	8/8	8/8	8/8	8/8
3	0/0	0/0	3/1	6/6	6/6	6/6	6/6
4	0/0	4/2	7/6	7/8	8/8	8/8	8/8
5	0/0	0/1	2/4	3/4	4/4	4/4	4/4
6	0/0	2/2	8/5	8/8	8/8	8/8	8/8

ECOLE 3

VOISINS	DIFFERENCE D'HORAIRES 0	1	2	3	4	5	6
1	0/0	0/0	6/3	6/5	6/6	6/6	6/6
2	0/0	0/0	1/3	6/6	6/6	6/6	6/6
4	0/0	2/1	6/3	6/5	6/6	6/6	6/6
5	0/0	0/0	1/3	2/4	3/4	4/4	4/4
6	0/0	0/0	4/1	6/4	6/6	6/6	6/6

Tableau 5.1: Tableaux des disponibilités (AM/PM) (suite)

ECOLE 4

VOISINS	DIFFERENCE D'HORAIRES 0	1	2	3	4	5	6
1	0/0	1/3	5/6	8/7	8/7	8/8	8/8
2	0/0	2/4	6/7	8/7	8/8	8/8	8/8
3	0/0	1/2	3/6	5/6	6/6	6/6	6/6
5	0/0	0/3	2/4	3/4	4/4	4/4	4/4
6	0/0	3/0	5/3	8/6	8/7	8/7	8/8

ECOLE 5

VOISINS	DIFFERENCE D'HORAIRES 0	1	2	3	4	5	6
1	0/0	1/0	4/2	4/3	4/4	4/4	4/4
2	0/0	1/0	4/2	4/3	4/4	4/4	4/4
3	0/0	0/0	3/1	4/2	4/3	4/4	4/4
4	0/0	3/0	4/2	4/3	4/4	4/4	4/4
6	0/0	2/0	4/2	4/4	4/4	4/4	4/4

ECOLE 6

VOISINS	DIFFERENCE D'HORAIRES 0	1	2	3	4	5	6
1	0/0	0/2	1/6	7/9	10/10	11/11	11/11
2	0/0	2/2	5/8	8/8	8/8	8/8	8/8
3	0/0	0/0	1/4	4/6	6/6	6/6	6/6
4	0/0	0/3	3/5	6/8	7/8	7/8	8/8
5	0/0	0/2	2/4	4/4	4/4	4/4	4/4

disponibilités.

5.2 L'estimateur ESTDISPO(H)

Les tableaux de disponibilités nous servent à déterminer les heures de début des cours le matin de manière à favoriser la réutilisation des autobus scolaires. Nous pouvons calculer une estimation du nombre minimum d'autobus requis pour couvrir tous les parcours en résolvant un problème de flot à capacités. Nous parlons d'estimation parce qu'il y a perte d'information au niveau du calcul des disponibilités. En effet, obtenir les disponibilités DISP(1,2,h(2)-h(1))=5 et DISP(1,3,h(3)-h(1))=6 pour le matin alors que l'école 1 possède 11 parcours n'implique nullement la disponibilité des 11 parcours; il peut certainement y avoir intersection non-vide des parcours disponibles. La vérification et la conservation de la disponibilité et de l'accessibilité pour tous les couples de parcours d'écoles voisines en fonction des différences d'horaires de ces mêmes écoles représentent une somme de travail énorme.

Avec un ensemble H d'horaires d'écoles et les parcours en position 1 pour ces horaires, nous construisons un réseau dont les noeuds représentent les écoles, tandis que les arcs orientés possèdent une capacité ou limite supérieure égale à

la disponibilité entre les écoles. En chaque noeud (école), il y a une existence égale au nombre de parcours desservant cette école. Nous ajoutons un garage source Gs et un garage puits Gp, ainsi que les arcs de sortie (Gs,j) du garage source vers les écoles j et les arcs d'entrée (i,Gp) des écoles i vers le garage puits (figure 5.2); les capacités ou limites supérieures sur ces arcs seront le nombre de parcours de chaque école, soit NBPARC(i), i=1,2,...,K.

Avec un coût unitaire sur les arcs de sortie du garage source et un coût nul sur tous les autres, le flot réalisable de Gs à Gp à coût minimal est l'estimation cherchée du nombre minimum d'autobus requis pour couvrir tous les parcours de toutes les écoles, pour un ensemble d'horaires fixes. Un flot réalisable existe toujours et est égal au nombre total de parcours. La formulation de ce problème de flot est la suivante:

$$\text{Minimiser} \quad \sum_{J=1}^{K} X(Gs,J)$$

$$\text{sujet à} \quad \sum_{J=1}^{K} X(Gs,J) + X(Gs,Gp) = NBPARC$$

$$\sum_{i=1}^{K} X(i,Gp) + X(Gs,Gp) = NBPARC$$

$$\sum_{i \in VOIS(J)} X(i,J) + X(Gs,J) = NBPARC(J) \qquad J=1,2,\ldots,K$$

$$\sum_{J \in VOIS(i)} X(i,J) + X(i,Gp) = NBPARC(i) \qquad i=1,2,\ldots,K$$

$$0 \leqslant X(Gs,Gp) \leqslant NBPARC$$

$$0 \leqslant X(i,Gp) \leqslant NBPARC(i) \quad i=1,2,\ldots,K$$

$$0 \leqslant X(Gs,J) \leqslant NBPARC(J) \quad J=1,2,\ldots,K$$

$$0 \leqslant X(i,J) \leqslant DISPO(i,J,h(J)-h(i)) \qquad i=1,2,\ldots,K;\ J \in VOIS(i).$$

où

X(i,J): valeur du flot sur l'arc (i,J) du réseau i=1,2,...,K,Gs; J∈VOIS(i),Gp.

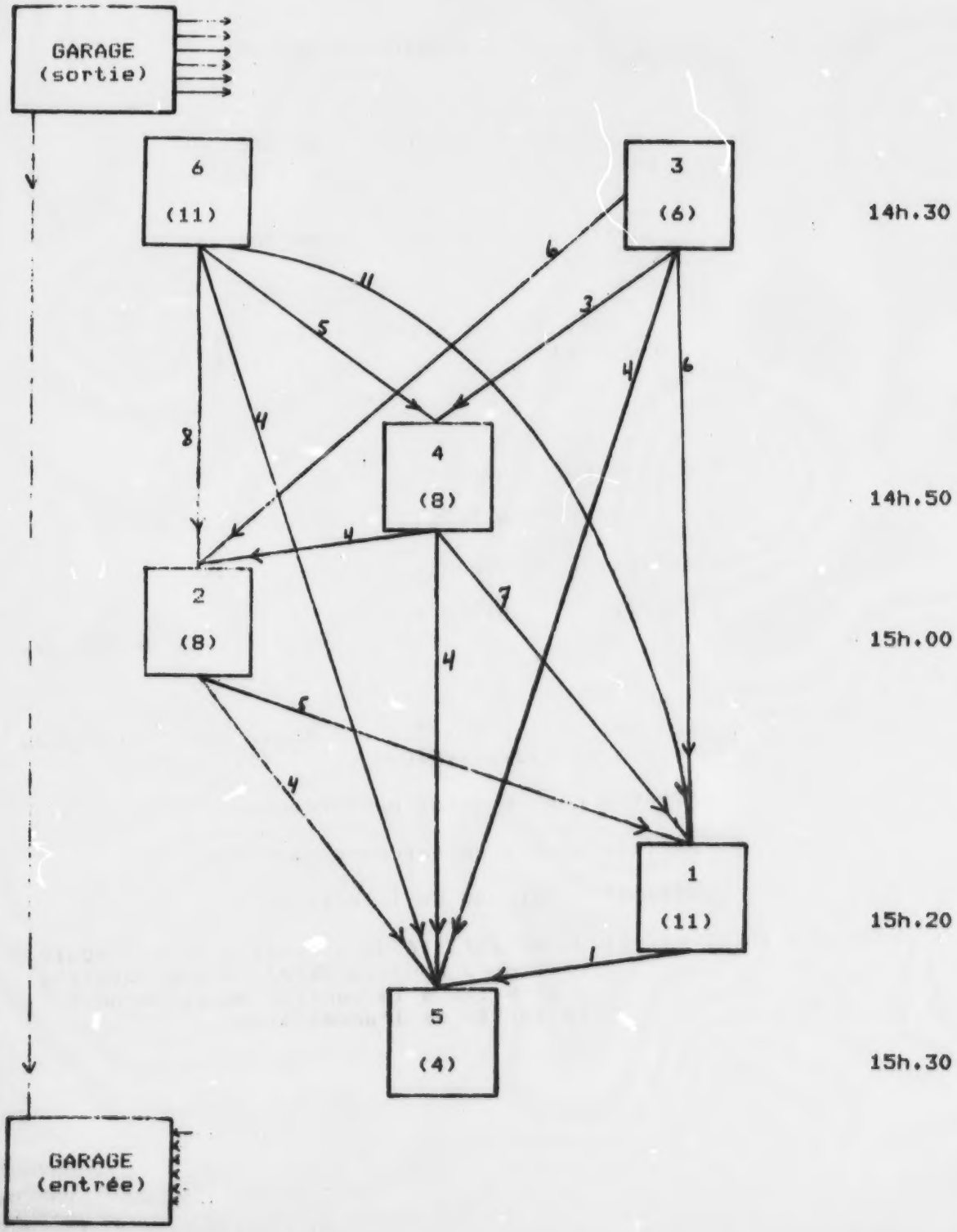
NBPARC: nombre total de parcours

NBPARC(i): nombre de parcours de l'école i

VOIS(i): voisinage de l'école i

DISPO(i,J,h(J)-h(i)): disponibilité de l'école i vers l'école voisine J pour la différence d'horaires h(J)-h(i), à la rentrée du matin ou à la sortie de l'après-midi

Figure 5.2: Graphe des relations inter-écoles (toutes voisines)



Lorsqu'on modifie l'horaire d'une seule école, on obtient un nouveau réseau dont seuls les arcs de disponibilités avec les écoles voisines changent; nous avons donc un nouveau problème de flot à résoudre ou à réoptimiser. On s'apercoit que la décomposition de Benders peut être appliquée. Malheureusement, la convergence lente de cette méthode liée au nombre impressionnant d'horaires d'écoles et par conséquent de réseaux et de problèmes de flot à résoudre nous la fait rejeter. Nous nous intéressons à une estimation du nombre minimum d'autobus par voie heuristique basée sur la disponibilité maximale entre toutes les écoles.

Puisque ce qui sort du garage source égale nécessairement ce qui entre au garage puits, un objectif équivalent à notre problème de flot est celui de

$$\text{MIN} \quad \sum_{i=1}^{K} X(i,GP)$$

Or sommant sur toutes les écoles i la relation

$$\sum_{J \in VOIS(i)} X(i,J) + X(i,GP) = NBPARC(i),$$

nous obtenons une autre équivalence:

$$\text{MIN} \quad \sum_{i=1}^{K} X(i,GP) = NBPARC - \text{MAX} \sum_{i=1}^{K} \sum_{J \in VOIS(i)} X(i,J)$$

Le membre droit de l'équation précédente signifie que pour chaque autobus réutilisé sur un arc (i,J) entre les

écoles voisines, il y en a un de moins qui est sorti du garage. Par voie heuristique, sans résoudre le problème de flot à capacités, nous cherchons une valeur approchée de

$$\text{MAX} \sum_{i=1}^{K} \sum_{J \in VOIS(i)} X(i,J)$$

Puisque $\sum_{J \in VOIS(i)} X(i,J) \leqslant NBPARC(i)$

et $\sum_{J \in VOIS(i)} X(i,J) \leqslant \sum_{J \in VOIS(i)} DISPO(i,J,h(J)-h(i)) = DISPO(i,.)$

nous avons que

$$\sum_{J \in VOIS(i)} X(i,J) \leqslant MIN(NBPARC(i),DISPO(i,.))$$

d'où

$$\sum_{i=1}^{K} \sum_{J \in VOIS(i)} X(i,J) \leqslant \sum_{i=1}^{K} MIN(NBPARC(i),DISPO(i,.))$$

De la même manière,

$$\sum_{J=1}^{K} \sum_{i \in VOIS(J)} X(i,J) \leqslant \sum_{J=1}^{K} MIN(NBPARC(J),DISPO(.,J))$$

Puisque les deux membres gauches des deux inégalités précédentes sont égaux, la valeur maximale de

$$\sum_{i=1}^{K} \sum_{J \in VOIS(i)} X(i,J)$$

sera égale au minimum des deux membres droits que l'on note MAXDISPO(H), où H est l'ensemble des horaires fixes pour ce problème de flot. L'estimateur du nombre minimum d'autobus

sera donc:

ESTDISPO(H):= NBPARC - MAXDISPO(H).

L'exemple de la figure 5.2 illustre les derniers concepts introduits. Toutes les écoles sont voisines et leur emplacement sur le graphe correspond à l'heure de fin des cours l'après-midi. Le nombre inférieur de chaque case représente la demande (le nombre de parcours desservant l'école) tandis que les disponibilités entre les écoles sont inscrites sur les arcs. Il est facile de voir qu'une solution optimale nécessite la sortie de 17 autobus vers les écoles. Le tableau 5.2 est la représentation matricielle des disponibilités et nous y retrouvons les divers calculs simples pour évaluer notre estimateur ESTDISPO.

En fait, notre estimateur calcule combien il y a d'autobus qui, une fois que les parcours sont effectués, n'ont comme seul choix possible que celui de retourner au garage. Considérant les écoles 1 et 5, 10 autobus de l'école 1 plus 4 autobus de l'école 5 retourneront au garage, soit 14. De la même manière, combien d'autobus sont nécessairement obligés de sortir du garage pour satistaire les demandes aux écoles? Considérant les écoles 3 et 6, on voit qu'il en faut 17. Notre estimateur est le maximum des deux valeurs, soit 17. L'algorithme de confection des circuits d'autobus appliqué à cet exemple nécessite la sortie d'exactement 17 autobus.

Tableau 5.2: Calcul de l'estimateur ESTDISPO (écoles toutes voisines)

(Voir figure 5.2)

Ecole i	1	2	3	4	5	6
NBPARC(i)	11	8	6	8	4	11
h(i)	15h.20	15h.00	14h.30	14h.50	15h.30	14h.30

DISPO(i,J)

i \ J	1	2	3	4	5	6	DISPO(i,.)	(1)
1					1		1	1
2	5				4		9	8
3	6	6		3	4		19	6
4	7	4			4		15	8
5							0	0
6	11	8		5	4		28	11
DISPO(.,J)	29	18	0	8	17	0	(3)= 72	(4)= 34
(2)	11	8	0	8	4	0	(5)= 31	(6)= 31

(1): Min(NBPARC(i),DISPO(i,.))
(2): Min(NBPARC(J),DISPO(.,J))
(3): DISPO(.,.)
(4): TOTAL de (1)
(5): TOTAL de (2)
(6): MAXDISPO(H):= Min((5),(6))

Estimateur ESTDISPO(H):= NBPARC - MAXDISPO(H) = 48 - 31 = 17

5.3 Test de changement d'horaires

Les tableaux de disponibilités entre les écoles voisines provoquent la création de deux graphes de relations inter-écoles (l'un pour le matin, l'autre pour l'après-midi) sur lesquels peuvent s'évaluer notre nouvel estimateur du nombre minimum d'autobus requis pour couvrir tous les parcours. Pour un ensemble d'horaires d'écoles fixes

$$H = \{H(AM), H(PM)\},$$

cet estimateur basé sur les disponibilités s'évalue par

$$ESTDISPO(H) := MAX(ESTDISPO(H(AM)), ESTDISPO(H(PM))).$$

Pour ce même ensemble d'horaires, il est facile de calculer le vecteur d'utilisation R (chapitre II) et de déterminer ainsi le nombre maximum de parcours se recoupant dans le temps, soit notre ancien estimateur que nous notons ESTROULE(H).

Comme sous-produits des graphes de relations inter-écoles, nous avons aussi les disponibilités totales

$$DISPO(.,.,H,AM) \text{ et } DISPO(.,.,H,PM).$$

Notant le minimum des deux par DISPO(.,.,H), nous formons un test de changement d'horaires en combinant les deux estimateurs et la disponibilité totale.

Nous cherchons à minimiser, premièrement le plus contraignant des deux estimateurs, puis à minimiser le second (le moins contraignant des deux) tout en augmentant la disponibilité totale.

Pour un ensemble d'horaires H, le test aura la forme suivante:

```
TEST:= 1000000 * MAX(ESTROULE(H),ESTDISPO(H))
     +    1000 * MIN(ESTROULE(H),ESTDISPO(H))
     -    DISPO(.,.,H)
```

Nous conserverons un nouvel ensemble d'horaires H' <=>

TEST(H') < TEST(H).

Après le calcul des tableaux de disponibilités entre les écoles, où les parcours sont en position 1, par un simple balayage sur les horaires d'écoles, le nouveau problème ECOLES détermine l'ensemble H* des horaires d'écoles qui minimisent le test. Le problème PARCOURS prend alors la relève et modifie les positions des parcours uniquement pour les horaires de H*, en minimisant le nombre maximum de parcours se recoupant dans le temps.

Il est impossible de réévaluer les tableaux de

disponibilités (tableau 5.1) entre les écoles voisines, puisque celles-ci ont été calculées sur les différences relatives des heures de début et de fin des cours entre les écoles. Nous reprenons le problème ECOLES et la recherche de nouveaux horaires à partir des mêmes tableaux de disponibilités (où tous les parcours sont en position 1) et les nouveaux vecteurs d'utilisation (comme au chapitre II).

Pour justifier cette approche, nous reprenons un résultat du chapitre IV sur lequel nous n'avions pas insisté. Lorsque les horaires d'écoles ne sont pas flexibles, la seule manière d'augmenter la réutilisation des autobus est la modification des positions des parcours, et par conséquent, l'augmentation très prononcée du temps d'attente des écoliers. Par contre, nous avions remarqué qu'avec le problème des horaires flexibles, le temps d'attente moyen des écoliers était relativement très faible: il n'est pas nécessaire de modifier autant les positions des parcours pour augmenter la réutilisation des véhicules. Une très grande proportion des parcours n'utilise que les positions 1, 2 et 3 et si on se réfère au tableau 2.1, on peut dès lors accepter facilement la recherche de nouveaux horaires à partir des mêmes tableaux de disponibilités.

Comme dans le premier algorithme de détermination des bons horaires, ce nouvel algorithme "ROULE-DISPO" lié à la

géographie du territoire réévaluera successivement les horaires d'écoles et les positions des parcours jusqu'à la stabilisation de la solution (appendice 4).

5.4 Résultats numériques

Sans flexibilité sur les horaires, les résultats de ce nouvel algorithme sont identiques aux résultats du premier algorithme puisque seul le problème PARCOURS est utilisé pour réduire le nombre de parcours qui se recoupent dans le temps.

Lorsque toutes les écoles sont voisines, le tableau 5.3 se compare avantageusement au tableau 4.10 du chapitre précédent. Sur 18 résultats indépendants (les deux premiers résultats du cadre horaire de transport [7h.00 - 17h.00] sont identiques à ceux du cadre de transport précédent [7h.00 - 16h.30] par la phase de réduction des cadres horaires), le second algorithme est 9 fois meilleur, 3 fois à égalité et 6 fois moins bon. La borne fournie par l'estimateur ESTDISPO est habituellement plus près du résultat final de la confection des circuits que celle de l'estimateur ESTROULE. Les résultats sont très consistants dans le sens d'une diminution du nombre d'autobus lorsqu'on augmente la flexibilité des horaires d'écoles et du cadre de

Tableau 5.3: Variation des cadres horaires (écoles toutes voisines)

TRANSPORT	DEBUT DES COURS				
	8h.00-8h.30	8h.00-8h.40	8h.00-8h.50	8h.00-9h.00	8h.00-9h.10
7h.20-16h.30	24/20/22	19/19/19	20/17/17*	18/15/16	18/15/14
7h.10-16h.30	24/19/22	23/19/19*	18/15/19	18/15/16	17/14/14
7h.00-16h.30	24/25/22	19/16/19	18/15/16	17/15/16	17/14/14
7h.00-17h.00	24/23/22	19/16/19	18/15/16	16/15/16	14/12/14

nombre journalier d'autobus/estimateur ESTROULE/estimateur ESTDISPO

transport (sauf deux exceptions notées par *).

Le meilleur résultat nous indique qu'il suffit de 14 autobus pour couvrir tous les parcours. Ce résultat est obtenu avec la flexibilité maximale. Le tableau 5.4 présente les caractéristiques de cette solution.

Tableau 5.4: Meilleure solution

	NBBUS	UTILISATION	PARC	INTER	ARRET	ATT
AM	14	1201	897 (74.8%)	255 (21.2%)	49 (4.0%)	673 (14.0)
PM	13	1328	897 (67.5%)	294 (22.2%)	137 (10.3%)	554 (11.5)

Il est remarquable de constater que même avec vingt autobus en moins par rapport aux horaires fixes (tableau 4.9), le temps moyen d'attente des écoliers avant le début et la fin des cours est inférieur (14.0 versus 15.6 le matin et 11.5 versus 15.6 le soir).

Il faut noter aussi que le meilleur résultat théorique est 11 autobus puisqu'on ne peut effectuer deux parcours de la même école par le même autobus.

Tableau 5.5: Variation des cadres horaires sur le RESEAU2

TRANSPORT	DEBUT DES COURS				
	8h.00-8h.30	8h.00-8h.40	8h.00-8h.50	8h.00-9h.00	8h.00-9h.10
7h.20-16h.30	28/20/26	26/19/24	24/17/22	24/15/21	21/14/19
7h.10-16h.30	26/18/23	26/19/24	21/15/20	19/15/19	21/16/16
7h.00-16h.30	28/19/23	28/18/24	21/15/20	19/14/18	21/16/16
7h.00-17h.00	28/19/23	28/18/24	23/14/21	19/14/19	20/15/18

nombre journalier d'autobus/estimateur ESTROULE/estimateur ESTDISPO

La variation des cadres horaires sur le RESEAU2 (tableau 5.5) démontre une suprématie incontestable de l'algorithme ROULE-DISPO (à comparer avec le tableau 4.13). Cet algorithme incluant les propriétés du premier estimateur ESTROULE en plus d'y ajouter un ensemble de relations inter-écoles, ce résultat était prévisible.

On remarquera cependant, sur les tableaux 5.3 et 5.5, que l'algorithme semble moins efficace lorsque la flexibilité sur les horaires d'écoles est faible. Ce fait s'explique facilement en se rappelant que lorsque la flexibilité sur les horaires d'écoles est réduite, le déplacement des parcours dans le temps est la façon essentielle de provoquer la réutilisation des autobus. Or nos tableaux de disponibilités sont calculés uniquement lorsque tous les parcours sont en position 1.

Encore une fois, la borne proposée par l'estimateur ESTDISPO est plus près du résultat final de la confection des circuits par rapport à celle évaluée par l'estimateur ESTROULE.

En pratique, le voisinage de chaque école est déterminé par une connaissance du territoire ou est évalué après le calcul des tableaux de disponibilités. En effet, si les disponibilités sont nulles pour une différence d'horaires de

50 ou 60 minutes le matin et le soir, nous considérons que les écoles ne sont pas voisines. Les voisinages ainsi évalués permettent d'accélérer le temps de calcul lors de la recherche des bons horaires.

Nous n'avons jamais fait allusion au temps de résolution. La raison en est simple: le programme PASCAL (plus de 4,000 lignes) écrit pour évaluer les algorithmes est un programme conçu non pas pour la rapidité, mais pour la facilité de compréhension et la maniabilité selon l'évolution des idées. En général, le temps d'exécution (CP) du second algorithme est une fois et demie supérieur au temps d'exécution du premier algorithme, et il varie pour notre exemple de six écoles entre 15 et 120 secondes sur l'odinateur CYBER173 de CDC (Université de Montréal). Notre meilleure solution (avec 14 autobus) requiert 64 secondes.

Le texte de Chapleau (1979) commentera la structure et l'envergure du système informatisé requis pour implanter les modèles, la vitesse de convergence des algorithmes, la taille des programmes à résoudre en pratique et le temps d'exécution.

VI

POINTS DE TRANSFERT

Voulant modeliser la réalité, nous sommes dans l'obligation d'aborder le problème des points de transfert. La majorité des commissions scolaires régionales du Québec couvrent de très vastes territoires, dont une proportion en milieu rural. Or dans ce milieu, un autobus circulant sur un rang ramasse tous les écoliers, quelque soit leur destination. Ceux-ci sont véhiculés vers des lieux prédéterminés par le service du transport où s'effectue une nouvelle affectation des écoliers aux autobus.

Il faut souligner dès maintenant une hypothèse essentielle à l'intégration des points de transfert à notre modèle, hypothèse qui reflète la réalité actuelle: les écoliers n'ont au maximum qu'un seul changement d'autobus pour une activité. C'est la principale raison qui justifie la définition ou l'utilisation de trois types de parcours seulement:

réseau vers point de transfert

point de transfert vers école ou groupe d'écoles

réseau vers école ou groupe d'écoles.

Il n'existe pas en effet de parcours du type

Point de transfert vers point de transfert.

Nous abordons le problème des points de transfert dans le seul cas où l'heure de transfert le matin (et l'après-midi) est déterminée par le service du transport et est la même pour tous.

En quelques mots, les points de transfert s'intègrent à notre modèle en les transformant en écoles artificielles; par une phase de réduction des cadres horaires, toutes les écoles sous l'influence des points de transfert, c'est-à-dire desservies par des parcours du type point de transfert vers école, possèdent chacune un horaire fixe (pas nécessairement commun); finalement, les parcours du type transfert voient leur flexibilité complètement réduite à une seule position dans le temps, tandis que les parcours du type réseau vers école ou groupe d'écoles conservent leur flexibilité sur l'heure d'arrivée avant le début des cours le matin (ou sur l'heure de départ après la fin des cours l'après-midi).

6.1 Ecoles artificielles

Les points de transfert sont habituellement situés à des endroits relativement vastes et facile d'accès. Ce sont

souvent des églises, et plus souvent encore des écoles. Quoiqu'il en soit, nous considérons le point de transfert comme une école artificielle avec un identificateur, un numéro de noeud et un seul horaire fixe pour le matin et l'après-midi.

Il existe ainsi trois catégories d'écoles dans notre modèle:

1.- des écoles artificielles qui sont essentiellement des points de transfert; elles ne sont desservies que par le seul type de parcours réseau vers point de transfert.

2.- des écoles réelles qui ne sont pas des points de transfert; elles sont desservies par les parcours du type réseau vers écoles ou groupe d'écoles et par les parcours du type point de transfert vers école ou groupe d'école.

3. finalement des écoles qui sont aussi des points de transfert; elles sont desservies par les trois types de parcours. Chaque école est dédoublée en une école artificielle et une école réelle.

6.2 Flexibilité des horaires d'écoles

La première catégorie d'écoles a un horaire fixe commun déterminé par le service du transport (par exemple, 8h.20 le matin et 3h.30 l'après-midi).

Par une phase de réduction des cadres horaires, une école (ou un groupe d'écoles) de la seconde catégorie sous l'influence des points de transfert voit sa flexibilité totalement réduite à un horaire fixe satisfaisant son plus long parcours du type point de transfert vers école ou groupe d'écoles. Par exemple, l'heure de début des cours de l'école k sous l'influence des points de transfert est égale à l'heure de transfert plus la durée arrondie du parcours le plus long (du type point de transfert vers école k) plus dix minutes:

HDEBCOURS(k):= HTRANSF(AM) + NBPER(PLLONG)*10 + 10.

Une vérification minutieuse des compatibilités d'horaires du matin et de l'après-midi est aussi effectuée et toute entorse est signalée pour correction. Les autres écoles de cette catégorie conservent leur flexibilité d'horaires.

Finalement, si une école de la troisième catégorie est desservie par un parcours du type point de transfert vers

école, elle perd automatiquement sa flexibilité d'horaires, comme au paragraphe précédent. Sinon elle conserve une flexibilité maximale de trois heures de début des cours puisque les écoliers qui sont arrivés pour l'heure de transfert de l'école artificielle associée à cette école ne peuvent parvenir qu'au plus tôt trente minutes avant le début des cours.

6.3 Flexibilité des parcours

Les parcours du type réseau vers école ou groupe d'écoles conservent entièrement leur flexibilité, comme dans les chapitres précédents.

Les parcours du type réseau vers point de transfert n'ont aucune flexibilité, c'est-à-dire qu'ils parviennent, le matin, exactement une période avant l'heure de transfert dans le cas d'une école artificielle ou dix minutes avant l'heure de transfert qui est aussi l'heure de début des cours dans le cas d'une école réelle qui est aussi un point de transfert.

De la même manière, les parcours provenant des points de transfert et se dirigeant vers les écoles perdent leur flexibilité; ils débutent à l'heure exacte du point de

transfert.

Cette perte de flexibilité pour les parcours du type transfert nous assure que les jeunes écoliers ayant à changer d'autobus n'auront que le temps minimum d'attente avant le début et après la fin des cours.

La réalité s'impose durement. Il est certain que l'introduction des points de transfert nuit grandement à la flexibilité des horaires d'écoles. Il est cependant encore possible de profiter avantageusement d'une flexibilité d'horaires, même affaiblie.

Le problème des points de transfert a été intégré dans notre modèle (lorsque les heures de transfert sont fixes) en modifiant la phase de réduction des cadres horaires et celle du nombre de positions d'un parcours dans le temps. Après ces modifications, les algorithmes de détermination des bons horaires et de confection des circuits s'appliquent dans leur intégralité.

CONCLUSION

Au terme de cette recherche, il est indéniable qu'il existe un avantage certain en faveur de l'utilisation des horaires d'écoles variables pour favoriser la réutilisation des autobus scolaires. Malgré une réduction de plus de 50% des effectifs dans notre exemple, une diminution de 5 à 20% du nombre d'autobus au niveau d'une commission scolaire serait plus réaliste.

Les horaires variables augmentent en plus la qualité du service de transport; ils permettent en effet d'abaisser le temps moyen d'attente des écoliers avant le début et après la fin des cours.

Parmi les recherches à effectuer, il faut souligner la détermination des heures de transfert et l'utilisation des autobus de capacités différentes. Notre modèle accepte déjà les points de transfert à heure fixe, ce qui réduit malheureusement la flexibilité des horaires d'écoles. Le problème des autobus de capacités différentes se situe uniquement au niveau de la confection des circuits et il semble pouvoir se résoudre par la technique décrite au chapitre III sur chaque type d'autobus ou plus globalement par des problèmes de flot à multi-commodités.

La génération des parcours d'autobus en fonction des horaires variables est aussi un problème non résolu. Nous faisons face à un problème de durée des parcours et d'utilisation de la capacité des autobus. Quels parcours permettent le meilleur agencement?

Lawler (1976) apporte un complément à la confection des circuits du matin et du soir; il décrit une solution pour l'agencement des circuits journaliers.

Finalement, l'ensemble des recherches du projet TRANSCOL est en voie d'implantation à la commission scolaire régionale de St-François à Drummondville, à la demande du Service Informatique du Ministère de l'Education du Québec (SIMEQ).

REMERCIEMENTS

L'auteur remercie M. Narayan Giri du Département de mathématiques et de statistique, M. Jacques A. Ferland et M. Jean-Marc Rousseau du Département d'informatique et de recherche opérationnelle pour leurs nombreux conseils et leur attention constante.

Je tiens à remercier le directeur du Centre de recherche sur les transports, M. Michael Florian pour son intérêt au projet et les facilités mises à ma disposition.

J'exprime ma gratitude pour la collaboration très active de la part de M. Lucien Bolduc, régisseur du transport de la Commission scolaire régionale de St-François à Drummondville, et de son équipe.

Pour l'excellent climat de travail qui a toujours été maintenu, des remerciements à tous mes collègues du projet de transport scolaire, M. Pierre Forgues, M. Gilles Dulac et tout spécialement à M. Luc Chapleau pour la programmation finale du modèle et à M. Guy Lapalme pour la conception et la coordination de l'ensemble de la programmation. Je remercie en plus ce dernier pour les programmes d'édition de textes qui ont grandement contribué à la présentation de ce manuscrit.

Je ne voudrais pas oublier un ami, M. Pierre Vinet, qui m'a proposé ce sujet de recherche.

Je remercie finalement les autorités du Collège Militaire Royal de St-Jean et l'Ecole des Hautes Etudes Commerciales pour leur support dans mes activités de recherche, ainsi que le Centre de Développement des Transports et le Ministère de l'Education de Québec pour leur essentiel appui financier.

Et Sylvie, merci.

APPENDICE 1

Algorithme de détermination des horaires d'écoles

```
début
  LIRE les fichiers ECOLES, PARCOURS, RESEAU et GROUPES;
  Réduction des cadres horaires pour chaque groupe d'écoles;
  pour k:=1,2,...,K faire
    pour h<H(k) faire
      problème PARCOURS(INITIALISATION);
  SOLUTION:=INFINI;
  répéter
    problème ECOLES;
    si MEILLEUR
    alors problème PARCOURS;
  jusque NON MEILLEUR;
  ----------------------
  Confection des CIRCUITS;
  IMPRIMER les RESULTATS;
fin.
```

```
Problème PARCOURS(INITIALISATION);

début
  construire la matrice pour l'horaire i de l'école k;
  résoudre le problème 0-1;
  conserver le vecteur d'utilisation E(k,h) et le vecteur
             de position des parcours POS(k,h);
fin;


Problème ECOLES;

début
  MEILLEUR:=faux;
  construire la matrice pour l'ensemble des horaires
              de toutes les écoles;
  résoudre le problème 0-1;
  si CHANGEMENT
  alors début
          SOLUTION:=min W;
          MEILLEUR:=vrai;
          conserver le vecteur d'utilisation total R
          et modifier le vecteur des horaires choisis H*;
        fin;
fin;


Problème PARCOURS;

début
  COMPTEUR:=0;
  MEILLEUR:=faux;
  s:=1;
  répéter
    COMPTEUR:=COMPTEUR + 1;
    pour l'école s, construire la matrice pour l'horaire H*(s)
        et le vecteur d'utilisation partielle RPART(s);
    résoudre le problème 0-1;
    si CHANGEMENT
    alors début
            SOLUTION:=min U;
            MEILLEUR:=vrai;
            COMPTEUR:=1;
            modifier le vecteur d'utilisation E(s,H*(s))
            et le vecteur de position des parcours
            POS(s,H*(s));
          fin;
    s:=s modulo K  + 1;
  jusque COMPTEUR=K;
fin;
```

APPENDICE 2

Algorithme FF

```
début
  INITIALISATION;
  répéter
    FFPSEUDO;
    FFMEILLEUR;
    si CYCLE
    alors début
            SORTIE:=vrai;
            ECRIRE 'Solution Sous-Optimale';
          fin
    sinon début
            KDUAL;
            si ITER=1
            alors début
                    FFOPTIMAL;
                    si OPTIMAL
                    alors début
                            SORTIE:=vrai;
                            ECRIRE 'Solution Optimale';
                          fin;
                  fin
            sinon début
                    k:=1;
                    répéter
                      si k<KDUAL
                      alors VECTMU(k)
                      sinon k:=k+1;
                    jusque k<KDUAL;
                  fin;
            FFDUAL;
            si (YSOL - YDUAL)/YSOL < MAXECART
            alors début
                    SORTIE:=vrai;
                    ECRIRE 'Proximité de la Borne';
                  fin
            sinon si ITER=MAXITER
                  alors début
                          SORTIE:=vrai;
                          ECRIRE 'Maximum d'itérations';
                        fin
                  sinon pour J:=1,2,...,n faire
                          p(J):=mu(J);
          fin;
  jusque SORTIE;
  si (VARINIT(J) ≠ pi(J) pour au moins un J)
  alors CHANGEMENT:=vrai;
fin;
```

```
INITIALISATION;
début
  pour j:=1,2,...,n faire
    p(j):=VARINIT(j);
  CHANGEMENT:=faux;
  MAXITER:=3;
  MAXECART:=0.01;
  CYCLE:=faux;
  YDUAL:=-INFINI;
  ITER:=0;
  SORTIE:=faux;
fin;


FFPSEUDO;
début
  pour k:=1,2,...,m faire
    Y(k):= Σ (j=1 à m) c(k,p(j),j);
  YPSEUDO:=MAX Y(k)
            k
  BLOCCOMPTEUR:=0;
  BLOC:=1;
  répéter
    BLOCCOMPTEUR:= BLOCCOMPTEUR + 1;
    pour i:=1,2,...,I(BLOC) faire
      début
      pour k:=1,2,...,m faire
        TEMP(k):= Σ (j≠BLOC) c(k,p(j),j)  +  c(k,i,BLOC);
        TEMPORAIRE:=MAX TEMP(k);
                     k
        si TEMPORAIRE < YPSEUDO
        alors début
                YPSEUDO:=TEMPORAIRE;
                p(BLOC):=i;
                BLOCCOMPTEUR:=1;
              fin;
      fin;
    BLOC:=(BLOC modulo n) + 1;
  Jusque BLOCCOMPTEUR=n;
fin;
```

```
FFMEILLEUR;
début
  si (ITER=0) ou (YPSEUDO<YSOL)
  alors début
          YSOL:=YPSEUDO;
          ITER:=1;
          pour J:=1,2,...,n faire
            pi(J):=p(J);
        fin
  sinon si (YPSEUDO=YSOL)
        alors si (pi(J)=p(J) pour J:=1,2,...,n)
              alors CYCLE:=vrai
              sinon début
                      ITER:=1;
                      pour J:=1,2,...,n faire
                        pi(J):=p(J);
                    fin
        sinon ITER:=ITER+1;
fin;


KDUAL;
début
  déterminer l'ensemble KDUAL des indices de lignes k
  où le maximum est atteint, c'est-à-dire où

          YPSEUDO = Σ (j=1 à n) c(k,p(J),J);
fin;


VECTMU(k);
début
  pour J:=1,2,...,n faire
    déterminer les variables mu(J) tel que
        c(k,mu(J),J) =  MIN  c(k,i,J)
                       i∈I(J)
fin;


FFDUAL;
début
  TEMPORAIRE:= Σ (J=1 à n) ( MIN      Σ  c(k,i,J))/ card[KDUAL];
                           i∈I(J) k∈KDUAL
  si TEMPORAIRE>YDUAL
  alors YDUAL:=TEMPORAIRE;
fin;
```

```
FFOPTIMAL;
début
  k:=0;
  OPTIMAL:=faux;
  répéter
    k:=k+1;
    si k≤KDUAL
    alors début
            VECTMU(k);
            si (c(k,mu(J),J) ≥ c(k,pi(J),J) pour J:=1,2,...,n)
            alors OPTIMAL:=vrai;
  jusque OPTIMAL ou k=m;
fin;
```

APPENDICE 3

Algorithme de confection des circuits d'autobus(soir)

```
début
  Pour chaque parcours a, calculer les PREDECESSEURS p
    dans le temps: l'arc p-->a existe <=>
    DEST(a) appartient à l'ensemble VOIS(p) et
    ARRTOT(p) + DISTANCE(ORIG(p),DEST(a)) ≤ DEPTAR(a)
  Initialisation des circuits: pour chaque parcours p
    sans PREDECESSEURS faire
    début
      sortie d'un autobus b du garage;
      HBUSVIDE(b):=FINCOURS(DEST(p)) + 10 + DUREE(p);
      DERNIER(b):=p;
      ECADMIS(b):=VOIS(DEST(p));
    fin;
  Répéter
    Mise à jour des PREDECESSEURS: élimination des
      parcours auxquels on a affecté un autobus;
    Problème de transport entre les parcours sans
      PREDECESSEURS et les autobus disponibles
      (chapitre 3, section 2.2);
    Affectation des autobus b aux parcours p, selon les
      résultats du problème de transport, en sortant
      au besoin de nouveaux autobus:
      si X(0,p)=1   (p ≠ 0)   alors
      début
        affecter un nouvel autobus b au parcours p;
        HBUSVIDE(b):=FINCOURS(DEST(p)) + 10 + DUREE(p);
        DERNIER(b):=p;
        ECADMIS(b):=ECADMIS(b)   VOIS(DEST(p));
      fin;
      si X(b,p)=1   (b,p ≠ 0)   alors
      début
        Joindre le parcours p à la liste des parcours
          de l'autobus b;
        h:=HBUSVIDE(b)
          + DISTANCE(ORIG(DERNIER(b)),DEST(p));
        si h > FINCOURS(DEST(p)) + 10
        alors HBUSVIDE(b):=h + DUREE(p)
        sinon HBUSVIDE(b):=FINCOURS(DEST(p)) + 10
                           + DUREE(p);
      fin;
  Jusqu'à ce qu'on ait affecté un autobus
      à chaque parcours;
fin;
```

APPENDICE 4

Algorithme ROULE-DISPO

```
début
  LIRE les fichiers ECOLES, PARCOURS, RESEAU et GROUPES;
  Réduction des cadres horaires pour chaque groupe d'écoles;
  CONSDISP;  (construire les tableaux de disponibilités)
  H*:=horaire au plus tôt, le matin et l'après-midi,
      pour toutes les écoles;
  répéter
    problème ECOLES;
    si MEILLEUR
    alors problème PARCOURS;
  jusque NON MEILLEUR;
  ----------------------
  Confection des CIRCUITS;
  RESULTATS;
fin.
```

```
CONSDISP;

début
  pour i:=1,2,...,K faire
  pour J:=i+1,i+2,...,K faire
  si J∈VOIS(i) alors
  début
    MAXPOSSIBLE:=MIN(NBPARC(i),NBPARC(J));
    pour AMOUPM:=AM,PM faire
      début
        pour p∈P(i) faire
          BOOLPARC(p):=0;
        pour q∈P(J) faire
          BOOLPARC(q):=0;
        TEMPORAIRE:=0;
        pour DIFF:=0,1,...,6 faire
          si TEMPORAIRE = MAXPOSSIBLE
          alors DISPO(i,J,DIFF,AMOUPM):=MAXPOSSIBLE
          sinon début
                  pour p∈P(i) faire
                  pour q∈P(J) faire
                    début
                      si (BOOLPARC(p)=0) ou (BOOLPARC(q)=0)
                      alors si p-->q
                            alors début
                                    BOOLPARC(p):=1;
                                    BOOLPARC(q):=1;
                                  fin;
                      fin;
                  ADDI:=0;
                  ADDJ:=0;
                  pour p∈P(i) faire
                    ADDI:=ADDI + BOOLPARC(p);
                  pour q∈P(J) faire
                    ADDJ:=ADDJ + BOOLPARC(q);
                  TEMPORAIRE:=MIN(ADDI,ADDJ);
                  DISPO(i,J,DIFF,AMOUPM):=TEMPORAIRE;
                fin;
      fin;
  fin;
fin;
```

```
Problème ECOLES;

début
  MEILLEUR:=faux;
  COMPTEUR:=0;
  H':=H*;
  répéter
    Evaluer l'horaire par TEST(H');
    Minimum PSEUDO local
        pour H°:=suivant(H')
                  .... cycliquement ... H' faire
                    si TEST(H°) < TEST(H')
                    alors H':=H°;
    si TEST(H') < TEST(H*)
    alors début
            MEILLEUR:=vrai;
            COMPTEUR:=1;
            H*:=H';
            conserver le vecteur d'utilisation total R;
          fin
    sinon COMPTEUR:=COMPTEUR + 1;
    Changement aléatoire de H';
  jusque COMPTEUR = 3;
fin;



TEST(H);

début
  soit l'ensemble d'horaires H:= {H(AM),H(PM)};
    Construire le vecteur d'utilisation total R;
    Evaluer ESTROULE(H);
  pour AMOUPM:= AM,PM faire
    début
      Construire le tableau DISPO(i,J) des relations
         inter-écoles;
      Evaluer ESTDISPO(H(AMOUPM))
           et DISPO(.,.,H,AMOUPM);
    fin;
  Calculer la valeur de TEST selon la section 5.3;
fin;
```

```
Problème PARCOURS;

début
  COMPTEUR:=0;
  MEILLEUR:=faux;
  s:=1;
  répéter
    COMPTEUR:=COMPTEUR + 1;
    pour l'école s, construire la matrice pour l'horaire H*(s)
        et le vecteur d'utilisation partielle RPART(s);
    résoudre le problème 0-1;
    si CHANGEMENT
    alors début
            MEILLEUR:=vrai;
            COMPTEUR:=1;
            modifier le vecteur d'utilisation E(s,H*(s))
            et le vecteur de position des parcours
            POS(s,H*(s));
          fin;
    s:=s modulo K  + 1;
  jusque COMPTEUR=K;
fin;
```

BIBLIOGRAPHIE

ANGEL, R.D., CAUDEL, W.L., NOONAN, R., WINSTON, A., (1972), Computer assisted school bus scheduling; Management Science, vol. 18, no 6, pp. B-279 - B-288

BELTRAMI, E., BODIN, L., (1974), Networks and vehicule routing for municipal waste collection; J. Networks 4, pp. 65-94

BENNET, B., GAZIS, D., (1972), School Bus Routing by Computer; Transpt. Res. 6(4), pp. 317-326

BODIN, L., (1975), A Taxonomic Structure for Vehicle Routing and Scheduling Problems; Compt. and Viban Soc., vol.1, pp. 11-29

BODIN, L., BERMAN, L., (1976), Routing and Scheduling of School Buses by Computers; à paraître

BRATLEY, P., FLORIAN, M., ROBILLARD, P., (1971), Scheduling with earliest start and due date constraints; Université de Montréal, publication #56, départ. d'informatique, 15 p.

BYERS, J.K., GRAU, J.K., (1976), Precise interstop distances using a digitizing tablet; presented at the ORSA/TIMS Meeting, Miami, november

CHAPLEAU, L. (1979), Le logiciel TRANSCOL (titre non définitif), Département d'I.R.O., Université de Montréal, à paraître

CLARKE, G., WRIGHT, J.W., (1964), Scheduling of Vehicules from a Central Depot to a Number of Delivery Points; O.R., vol. 12, pp. 568-581

COTE, R., DALLAIRE, J., (1976), Le péril Jaune; Journal Le Soleil, Québec, semaine du 3 au 8 mai 1976

DESROSIERS, J., (1976), Confection des circuits: Application au transport scolaire; Centre de Recherche sur le transport, #58, Univ. de Montréal, 122 p.

DESROSIERS, J., FERLAND, J.A., ROUSSEAU, J.-M., (1977), Horaires d'écoles et circuits d'autobus scolaires; Dept. d'Informatique et de Recherche opérationnelle, #88, Univ. de Montréal, 27 p.

DULAC, G., (1978), Affectation des étudiants aux arrêts d'un système de transport des écoliers; mémoire de maîtrise, dépt. d'I.R.O., Un. de Montréal, 199 p.

EDITEUR OFFICIEL DU QUEBEC, (1974), Taux et tarifs sur le transport des écoliers pour l'année 1974-1975; Gazette officielle du Québec, A. C. 1693-74, pp. 1359-1492

FERLAND, J., FLORIAN, M., (1974), A sub-optimal algorithm to solve a large scale 0-1 programming problem; Université de Montréal, publication #201, départ. d'informatique, 20 p.

FORD, L., FULKERSON, D., (1962), Flows in networks; Princeton University Press, Princeton, New Jersey, édition 1974

FULKERSON, D. R., (1972), Floow networks and combinatorial operations research; in Perspective on Optimization; A. M. Geoffrion (ed.), Addison-Wesley, Reading, Mass., pp. 139-171

FORGUES, P. A., (1978) Génération des parcours pour le transport scolaire; mémoire de maîtrise, dépt. d'I.R.O., doc. de travail #101, Un. de Montréal, 308 p.

GARFINKEL, R., NEMHAUSER, G., (1972), Integer Programming; John Wiley ans Sons, New York

GARVIN, W. W., (1960), A Tanker-routing problem (chapter 9); in An Introduction to Linear Programming, McGraw-Hill, N.-Y., 281 p., analyse de l'article de DANTZIG, G. B., FULKERSON, D. R., (1954), Minimizing the number of tankers to meet a fixed schedule; Naval Res. Logist. Quart. 1, pp. 217-222

GASKELL, T.J., (1967), Basis for Vehicule Fleet Scheduling; O.R. Quarterly, vol. 8, pp. 281-295

GERTSBAKH, I., STERN, H. I., (1978), Minimal ressources for fixed and variable Job schedules; Operations Research, vol. 26, pp. 68-85

GILLET, B.E., MILLER, L.E., (1974), A Heuristic Algorithm for the Vehicle-Dispatch Problem; Opns. Res. 22, pp. 340-349

GILLET, B.E., (1977), Vehicule Dispatching, Sweep Algorithm and Extensions; non publié

GOLDEN, B.L., (1976), Recent Developments in Vehicule Routing; Operations Research Center, M.I.T., 25 p., to appear in Proc. of the Bicentennial Conference on Math. Prog.

GOLDEN, B., BODIN, L., DOYLE, T., STEWART, W., (1977), Approximate travelling salesman algorithms; Technical report 77-005, College of Business and Management, University of Maryland

GOLDEN, B., MAGNANTI, T., NGUYEN, H., (1977), Implementing Vehicles Routing Algorithms; Networks, 7, pp. 113-148

HU, T.C., (1970), Integer Programming and Network Flows; Addison-Wesley, 452 p.

IBM CORP., (1968), IBM Vehicule Scheduling Program Extended (VSP-X); Program Description Manual, report SH 19 - 2304-0, White Plain, N.Y.

JACQUES, J.-G., (1976), Transport Scolaire, Analyse fonctionnelle, Module Localisation, version 2/phase 1; C.S.R. de Tilly, Sainte-Foy, Québec.

KENNINGTON, J. F., (1977), A state-of-the-art survey of linear cost multicommodity network flows; forthcoming in OPERATIONS RESEARCH

LAFOND, L., FERLAND, J., ROUSSEAU, J.-M., (1975), Le problème des horaires d'écoles dans le transport scolaire: avant-projet; Université de Montréal, document de travail #62, dept. d' informatique, 39 p.

LAPLANTE, N., BLOUIN, P.-A., (1973), Guide du Transport Scolaire; (Comité régional des transports) Ministère des Transport, Québec, 278 p.

LAWLER, E. L., (1976), Combinatorial optimisation: networks and matroids; Holt, Rinehart, Winston, 374p.

LEVIN, A., (1971), Scheduling and fleet routing models for transportation systems; Trans. Sci., vol.5, pp. 232-255

LIN, S., (1965), Computer solutions of the TSP; Bell Systems Technical Journal, vol. 44, pp. 2245-2269

LIN, S., KERNIGHAM, B., (1973), An effective heuristic algorithm for the TSP; O.R., vol. 21, pp. 498-516

MARTIN, P., VINET, P., (1974), Transport scolaire, analyse préalable; Commission scolaire régionale de Tilly, Sainte-Foy, Québec

NEMHAUSER, G.L., TROTTER,L.E., NAUSS, R.M., (1974), Set partitioning and chain decomposition; Man. Sc., vol. 20, No 11

NEWTON, RITA M., THOMAS, WARREN H., (1969), Design of School Bus Routes by Computer; Socio-Econ. Plan. Science, vol. 3, pp. 75-85

NEWTON, R., THOMAS, W., (1974), Bus Routing in a Multi-School System; Computer and Operations Research, vol. 1, no 2, pp. 213-222

ORLOFF, C., (1972), Routing and scheduling a Fleet of vehicles to/from Central Facilities - The School Bus Problem; Ph.D. dissertation, Cornell University

ORLOFF, C., (1974a), A fundamental problem in vehicule routing; J. Networks, 4(1), pp. 35-64

ORLOFF, C., (1974b), Routing a Fleet of M Vehicles to/from a Central Facility; J. Networks 4, pp. 147-162

ORLOFF, C., (1976), Routed Constrained Fleet Scheduling; Transp. Sc., Vol. 10, No 2, pp. 149-168

POISSON, F., (1974), CCDICOS 272 (Document sur le chaînage des parcours); Ministère de l'Education du Québec, 86 p.

PROLL, L. G., (1972), A note on the minimum fleetsize for a suburban railway system; Trans. Sci. vol. 6, pp. 204-207

SALKIN, H.M., (1975), Integer Programming; Addison - Wesley Publishing Company, Massachusetts

SALZBORN, F. J. M., (1972), A note on fleet routing models for transportation systems; Trans. Sci. vol. 6, pp. 335-337

SEGAL, M., (1974), The Operator - Scheduling Problem A Network - Flow Approach; Operations Research, vol. 22, pp. 808-823

TAWAGUI, N., (1979), Génération des parcours pour le transport scolaire en milieu rural; département d'Informatique et de Recherche opérationnelle, Université de Montréal, à paraître

WEEB, M., (1972), Relative performance of some sequential methods of planning multiple delivery journeys; O.R. Quarterly, vol. 23, no. 3, pp. 361-372.

WREN, A., HOLLIDAY, A., (1972), Computer Scheduling of Vehicles from one or More Depots to a Numbers of delivery Points; O.R. Quarterly, vol. 23, pp. 333-344